Epreuve
Mathématiques
Durée: 02 h

DEVOIR DE CONTROLE N°1
$3^{ième}$ maths

Professeur
Bellili Mongi
24 - 10 - 2017

EXERCICE N°1 (08 pts)

I°/ Soit f la fonction définie par : $f(x)=\dfrac{x^2-4x}{x^2+2}$

1°) Montrer que f admet un minimum en 1 que l'on précisera

2°) Montrer que f est majorée par 2. Le réel 2 est-t-il un maximum de f ? justifier la réponse.

3°) a- Montrer que f est continue sur $\mathbb{R}$

b- Montrer que l'équation : $f(x)=\dfrac{1}{2}$ *admet une solution* $\alpha\in\left[-1,0\right]$

II°/ Soit g la fonction définie par :
$$g(x)=\begin{cases}\sqrt{f(x)}+a & \text{si } x\in\left]-\infty,0\right]\cup\left[4,+\infty\right[\quad \text{avec } a\in\mathbb{R}\\ x-3+x.E\left(\dfrac{x}{2}\right) & \text{si } x\in\left]0,4\right[\end{cases}$$

1°) a- Montrer que la restriction de g à l'intervalle $\left]0,4\right[$ *est affine par intervalles .*

b- Tracer la représentation graphique de la restriction de g à l'intervalle $\left]0,4\right[$

2°) a- Justifier que g est continue sur chacun des intervalles $\left]-\infty,0\right]$ *et* $\left[4,+\infty\right[$

b- Déterminer le réel a pour que g soit continue à droite en 0 .

c- Pour la valeur de a trouvée, calculer $g(4)$*. La fonction g est- elle continue à gauche en 4 ?*

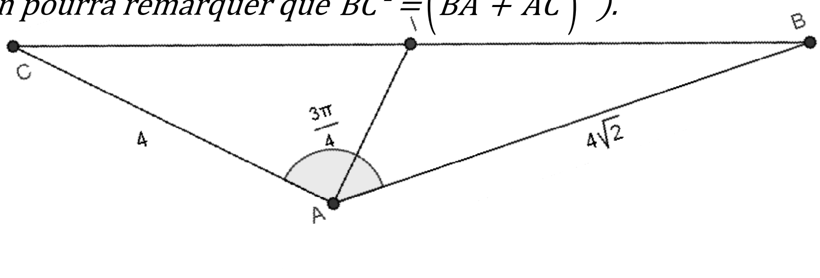
d- Préciser, en justifiant la réponse, les intervalles sur les quels g est continue.

EXERCICE N°2 (08 pts)

Soit ABC un triangle tel que: $AB=4\sqrt{2}$ *;* $AC=4$ *et* $\widehat{BAC}=\dfrac{3\pi}{4}$*, on désigne par I le milieu de* $\left[BC\right]$.

1°) a- Montrer que : $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}=-16$.

b- En déduire que : $BC=4\sqrt{5}$. *(On pourra remarquer que* $BC^2=\left(\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{AC}\right)^2$ *).*



2°) a- Vérifier que : $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}=2\overrightarrow{AI}$

b- Montrer que le triangle ACI est rectangle en A.

3°) a- Montrer que : $AI = 2$

b- Calculer : $\overrightarrow{IC} \cdot \overrightarrow{IA}$.

4°) a- Montrer que pour tout point M du plan on a: $\overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{MC} = MI^2 - 20$

b- En déduire l'ensemble des points M tels que : $\overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{MC} = 61$

5°) Soit Δ l'ensemble des points M du plan vérifiant : $MB^2 - MC^2 = 32$

a- Vérifier que le point A appartient à Δ

b- Montrer que pour tout point M du plan on a: $MB^2 - MC^2 = 2\overrightarrow{IM} \cdot \overrightarrow{BC}$

c- Déduire l'ensemble Δ

EXERCICE N°3 04 pts

Le plan est orienté dans le sens direct,

Soit ABCD un losange de côté 4 et de centre O tel que $\left(\widehat{\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}}\right) \equiv \frac{\pi}{6}\left[2\pi\right]$ et E le point tel que :

$AE = 4$ et $\left(\widehat{\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AE}}\right) \equiv -\frac{185\pi}{6}\left[2\pi\right]$

1°) a- Trouver la mesure principale de $\left(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AE}\right)$

b- Montrer que A est le milieu du segment $\left[DE\right]$

2°) a- On pose : $\alpha = \frac{271\pi}{6}$, α est-elle une mesure de $\left(\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC}\right)$

b- Trouver une mesure de $\left(\overrightarrow{BE}, \overrightarrow{BA}\right)$

c- En déduire que les droites (BE) et (AC) sont parallèles.

BON TRAVAIL