

EXERCICE N°1

09 pts

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R} / \{2\}$ par : $f(x) = \frac{x^2 - 3x + 3}{x - 2}$

On désigne par (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j})

1°) **a-** Déterminer le domaine de dérivabilité de f et montrer que : $f'(x) = \frac{x^2 - 4x + 3}{(x - 2)^2}$.

b- Dresser le tableau de variation de f .

2°) **a-** Vérifier que pour tout $x \in \mathbb{R} / \{2\}$ on a : $f(x) = x - 1 + \frac{1}{x - 2}$

b- Montrer que (C) admet une asymptote oblique Δ et une asymptote verticale D que l'on précisera

c- Montrer que le point $I(2,1)$ est un centre de symétrie de (C) .

3°) Construire Δ , D et (C) .

4°) Soit g la fonction définie par : $g(x) = \frac{x^2 - 3|x| + 3}{|x| - 2}$.

Construire, avec une couleur différente, dans le même repère la courbe (C') de g .

5°) Soit h la fonction définie sur $\mathbb{R} / \{2\}$ par : $h(x) = \begin{cases} |f(x)| & \text{si } x < 2 \\ \frac{x^2 - 5x + 7}{x - 2} & \text{si } x > 2 \end{cases}$

a- Vérifier que si $x > 2$ on a : $h(x) = f(x) - 2$

b- Donner un procédé de construction de la courbe représentative (C'') de h

EXERCICE N°2

07 pts

Le plan est muni d'un repère orthonormé direct (O, \vec{u}, \vec{v})

1°) On considère les points A et B d'affixes respectives : $z_A = -1 + i\sqrt{3}$; $z_B = \sqrt{3} - 1 + i(\sqrt{3} + 1)$

a- Calculer les distances : OA , OB et AB et déduire que OAB est isocèle et rectangle en A

b- Mettre z_A sous forme trigonométrique

c- Construire les points A et B dans le repère (O, \vec{u}, \vec{v})

2°) a- Vérifier que : $z_B = (1-i) \cdot z_A$

b- Mettre $1-i$ puis z_B sous forme trigonométrique

c- En déduire les valeurs exactes de $\cos\left(\frac{5\pi}{12}\right)$ et $\sin\left(\frac{5\pi}{12}\right)$

3°) On considère le point C d'affixe : $z_C = \sqrt{3} + i$. Montrer que $OABC$ est un carré

4°) Déterminer l'ensemble des points M d'affixe z tel que : $|\bar{z} + 1 + i\sqrt{3}| = |z - \sqrt{3} - i|$

EXERCICE N°3 **04 pts**

Le code antivol d'un autoradio est un nombre formé de quatre chiffres, chaque chiffres pouvant prendre l'une des dix valeurs : $0, 1, \dots, 9$ (ainsi 0027 est un code)

1°) a- Quel est le nombre des codes possibles ?

b- Quel est le nombre des codes formés de quatre chiffres distincts ?

c- Quel est le nombre des codes formés de quatre chiffres distincts commençant par 0 ?

2°) a- Le propriétaire de la voiture sait que les quatre chiffres de son code sont : 1, 3, 9, et 5 mais il a oublié l'ordre chiffres ; quel est le nombre maximal d'essais infructueux peut-il faire pour retrouver son code ?

b- Même question s'il sait que les quatre chiffres sont : 1, 5, 5 et 7

3°) La voiture est elle-même protégée par un autre antivol : il faut appuyer simultanément sur quatre touches d'un cadran portant dix touches marquées : A, B, C, ..., et J, pour ouvrir la portière, combien de possibilités de codes ?

