

Exercice N°1 (7 points)

Soit g une fonction définie sur $[-2; 2]$ tel que sa représentation graphique la courbe ci-contre

1) Déterminer graphiquement :

a) $g\left(\frac{3}{2}\right)$; $\lim_{x \rightarrow (\frac{3}{2})^-} g(x)$; $\lim_{x \rightarrow (\frac{3}{2})^+} g(x)$; $\lim_{x \rightarrow (\frac{1}{2})^-} g(x)$

$g([-2; 2])$; $g([-2; 0[)$; $g([-2; 1])$; $g\left(\left[\frac{1}{2}; 2\right[\right)$

b) * $g(x)=0$

* Le nombre de solution de $g(x)=0.5$

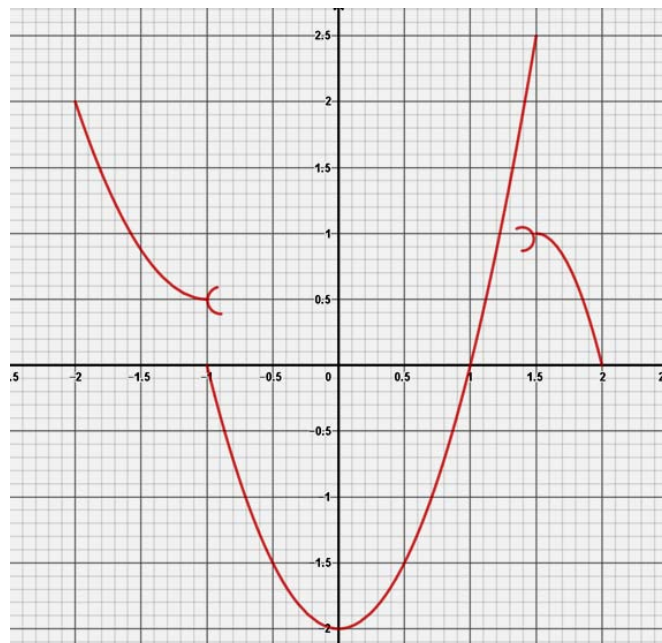
2) Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par

$$f(x) = \begin{cases} \frac{3x^2 + 4x - 2x^2 + 4x}{g(x)} & \text{si } -2 \leq x \leq 2 \\ \frac{\sqrt{5x-1}-3}{x-2} & \text{si } x > 2 \end{cases}$$

a) Montrer que f est continue sur chacun des intervalles suivants $] -\infty; -2[$ et $]2; +\infty[$

b) Etudier la continuité de f en -2 et 2

c) Montrer que $f(x)$ est majorée par 1 si $x \in] -\infty; -2[$



Exercice N°2 (6 points)

Soit f une fonction définie par $f(x) = \frac{2x}{\sqrt{2x+3} - \sqrt{3-2x}}$

1) Déterminer le domaine de définition D_f de f

2) Vérifier que f est paire sur D_f

3) Montrer que $f(x) = \frac{1}{2}(\sqrt{2x+3} + \sqrt{3-2x})$ pour tout x dans D_f

4) Montrer que f est prolongeable par continuité en 0

5) Montrer que $f(x) = \frac{3}{4}\sqrt{3}$ admet au moins deux solutions sur $] -\frac{3}{2}; \frac{3}{2}[$

6) Soit g une fonction définie sur $] -\frac{3}{2}; +\infty[$ par $g(x) = \begin{cases} f(x) & \text{si } x \in] -\frac{3}{2}; 0[\\ \frac{\sqrt{2x+3}-\sqrt{3}}{mx} & \text{si } x \in [0; +\infty[\end{cases}$

Déterminer m pour que g soit continue en 0

Exercice N°3(7 points)

Soit ABCD un carré de côté $AB = 2$ et de centre O

1) a) Montrer que pour tout point M du plan on a :

$$\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MD} - \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{MA}$$

b) Soit $\Gamma = \{M \in P, \text{telque} : \overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MC} \cdot \overrightarrow{MD} - \overrightarrow{MC}^2 = 0\}$. Montrer que Γ est un cercle que l'on caractérisera

2) a) Montrer que $\overrightarrow{MA}^2 + \overrightarrow{MC}^2 = 2(MO^2 + OA^2)$

b) Déterminer l'ensemble $\xi = \{M \in P, \text{telque} : \overrightarrow{MA}^2 + \overrightarrow{MC}^2 = 12\}$

3) a) Montrer que $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{BC} = -2$

b) Déterminer l'ensemble $\phi = \{M \in P, \text{telque} : \overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{BC} = -2\}$

4) Soit E le point du plan tel que ABE est équilatérale extérieure à $ABCD$

a) Montrer que : $\overrightarrow{BE} \cdot \overrightarrow{BC} = -2\sqrt{3}$

b) Montrer que : $\overrightarrow{AE} \cdot \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{BE} \cdot \overrightarrow{BC}$

c) Montrer que : $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AE} = 2(1 - \sqrt{3})$

