



Prof : M Ksaier Devoir de Contrôle N°1 (durée : 2 heures) 24/10/2016

EXERCICE n° 1 : (10 points)

$$\text{Soit } f \text{ une fonction définie par } f(x) = \begin{cases} \frac{-1}{2}x + \frac{1}{2} & \text{si } x < -1 \\ x^2 - 2x - 3 & \text{si } -1 \leq x \leq 2 \\ -3 & \text{si } 2 < x < 3 \\ \sqrt{x-3} - 3 & \text{si } x \geq 3 \end{cases}$$

- 1) Déterminer le domaine de définition de f
- 2) Soit ξf la courbe représentative de f dans un repère orthonormé $R(O; \vec{i}; \vec{j})$
- a) le graphique ci-dessous est la partie de ξf sur $[3; +\infty[$.

Compléter le traçage de ξf sur $]-\infty; 3[$

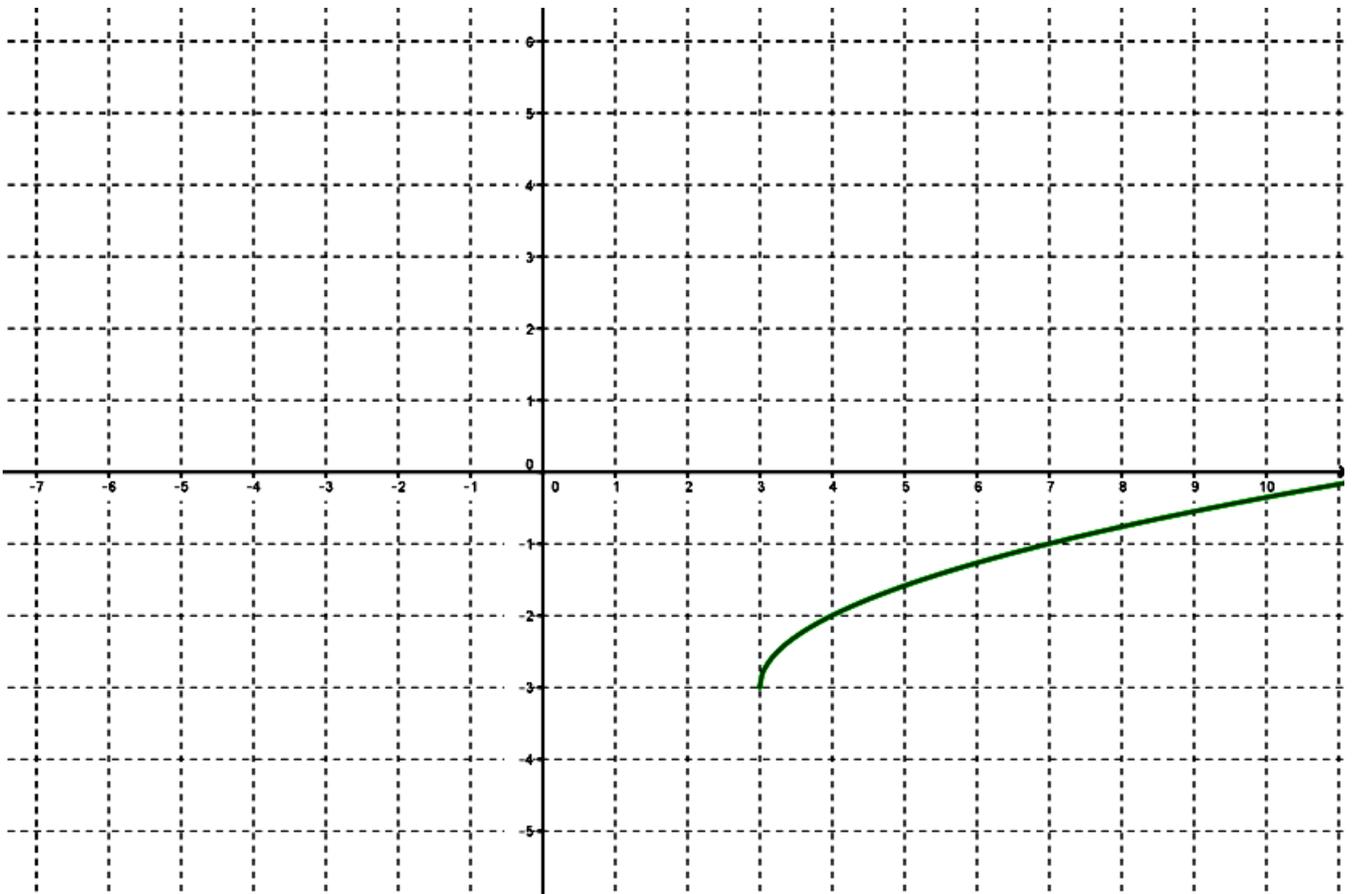
- b) f est-elle continue en tout point de \mathbb{R}
- c) Déterminer le minimum de ξf et pour quelle valeur il est atteint
- 3) a) Calculer : $f(-3)$; $f(-1)$; $f(0)$; $f(\frac{5}{2})$; $f(7)$
- b) Calculer l'antécédent(s) de 3 et -2 par f
- 4) Déduire la courbe de $\xi(-f)$ qui représente la fonction $-f(x)$
- 5) Soit g une fonction définie par : $g(x) = \frac{1}{x^2-x}$
- a) Déterminer le domaine de définition de g
- b) Montrer que $g(x)$ est majorée par (-4) sur l'intervalle, $] 0 ; 1[$

EXERCICE n° 2 : (4 points)

Soit Δ une droite munie d'un repère $(O; \vec{i})$ et A ; B ; C et I sont les points de Δ d'abscisses respectives 3 ; - 2 ; 2 et 1.

On désigne par Δ' la perpendiculaire à Δ en C

- 1) Soit E un point de Δ' distinct de C .
 - a) Calculer $\vec{OA} \cdot \vec{OE}$; $\vec{BE} \cdot \vec{IA}$; $\vec{AC} \cdot \vec{IE}$ et $\vec{IB} \cdot \vec{CA}$
 - b) Soit F le point tel que $CEOF$ est un parallélogramme. Calculer $\vec{AB} \cdot \vec{EF}$
 - 2) a) Montrer que, pour tout point M de Δ' on a : $\vec{AB} \cdot \vec{IM} = -5$
 - b) Soit K un point de Δ' tel que : $\cos(\widehat{AB, IK}) = -\frac{\sqrt{5}}{5}$
- Calculer IK



EXERCICE n° 3:(6 points)

Dans un plan P , on considère un rectangle $ABCD$ de centre O tel que : $AB = 8$ et $AD = 4$

On désigne par I ; J et K les milieux respectifs de $[AB]$, $[DC]$ et $[OI]$.

1) Calculer $\overrightarrow{KA} \cdot \overrightarrow{KB}$.

2) a) Montrer que pour tout point M du plan on a :

$$\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} \cdot \overrightarrow{MD} = 2MO^2 - 24$$

b) En déduire $\overrightarrow{KC} \cdot \overrightarrow{KD}$.

3) Déterminer l'ensemble (φ) des points M du plan P tel que :

$$\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} \cdot \overrightarrow{MD} = -22$$

4) a) Montrer que pour tout point M du plan P on a :

$$MA^2 + MB^2 + MC^2 + MD^2 = 4MO^2 + 80$$

b) Déterminer l'ensemble (Γ) des points M du plan P tel que :

$$MA^2 + MB^2 + MC^2 + MD^2 = 160$$

5) a) Montrer que : $\overrightarrow{KD} \cdot \overrightarrow{KB} = -19$

b) Déterminer l'ensemble (F) des points M du plan P tel que :

$$\overrightarrow{KD} \cdot \overrightarrow{KM} = -19$$

EXERCICE n° 1 : (8 points)

