

## Devoir de contrôle n°1

( en Mathématiques )

Classe : 3<sup>ème</sup> Maths

Durée de l'épreuve : 2 heures

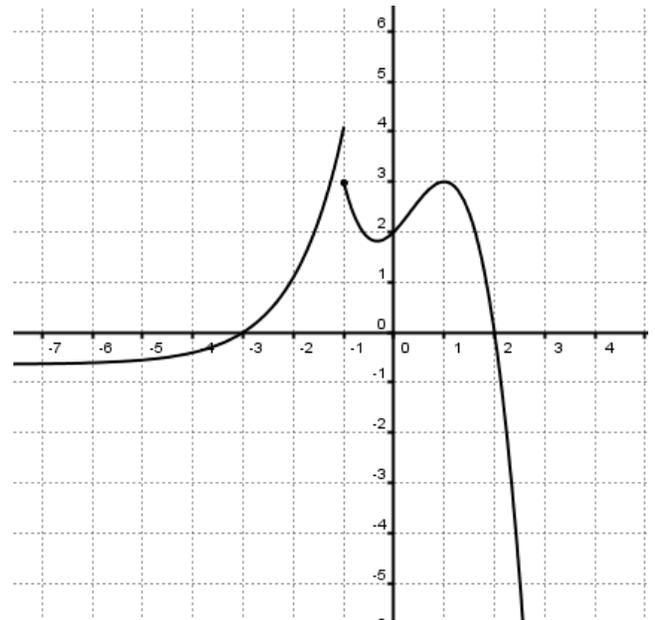
Proposé par : Mme Mestoura Anissa

### Exercice n°1 : ( 8 pts )

Les parties I) , II) et III) sont indépendantes

**I)** La courbe suivante est celle d'une fonction  $f$ , répondre aux questions suivantes en utilisant le graphique :

- 1) Déterminer l'ensemble de définition de  $f$ .
- 2)  $f$  est-elle continue en  $-1$ , justifier
- 3) Déterminer les images par  $f$  des intervalles  $[-3, -1[$  et  $[-1, 2]$
- 4) déterminer l'ensemble de définition de la fonction  $g$  définie par :  $g(x) = \frac{1}{\sqrt{f(x)}}$



**II)** soit  $h$  la fonction définie par :  $h(x) = \frac{1}{x} - \sqrt{x-1}$

- 1) Déterminer l'ensemble de définition de  $h$ .
- 2) Montrer que  $h$  est continue sur  $[1, +\infty[$
- 3) soit  $a$  et  $b$  deux réels de l'intervalle  $[1, +\infty[$  tels que  $a \leq b$ 
  - a) Calculer  $h(a) - h(b)$ .
  - b) en déduire les variations de  $h$  sur  $[1, +\infty[$
- 4) a) Montrer que l'équation  $h(x) = 0$  possède une unique solution  $\alpha$  dans  $]1, 2[$ 
  - b) Montrer que  $\alpha^3 - \alpha^2 - 1 = 0$

**III)** Soit la fonction  $k$  définie par :  $k(x) = \frac{2}{\sqrt{x^2+4}}$

- a) Etudier la parité de .
- b) Montrer que  $k$  est bornée pour tout  $x \in \mathbb{R}$ .

Tournez la page ↩

## Exercice n°2 : ( 7pts )

Dans la figure ci-contre ABCD est un rectangle tel que  $AB = 2AD = 4$ , I le point du segment [AB] tel que  $AI = 1$ .

La droite (DI) coupe (AC) en J et (BC) en K

O est le milieu du segment [DC]

1) montrer que  $AC = 2\sqrt{5}$

2)a) calculer  $\vec{AC} \cdot \vec{AD}$  et  $\vec{AC} \cdot \vec{AI}$

b) en déduire que les droites (AC) et (DI) sont perpendiculaires.

3)a) calculer ID.

b) montrer que  $DJ = \frac{4}{\sqrt{5}}$  (utiliser la formule de  $\sin \widehat{DAC}$  dans deux triangles rectangles différents)

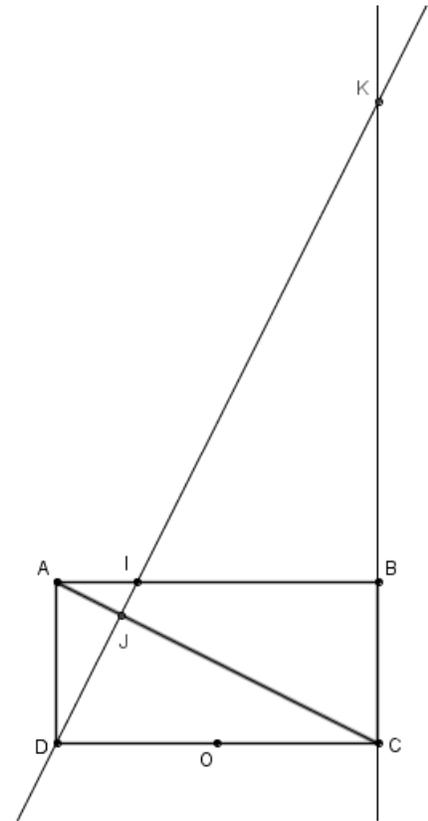
c) Calculer alors  $\vec{DA} \cdot \vec{DJ}$  puis déduire  $\cos \widehat{ADJ}$ .

4) Montrer que  $\vec{CK} \cdot \vec{DA} = 16$

5) soit  $\zeta$  l'ensemble des points M du plan vérifiant :  $MC^2 + MD^2 = 24$

a) vérifier que  $A \in \zeta$ .

b) Déterminer  $\zeta$ .



## Exercice n°3 : ( 5 pts )

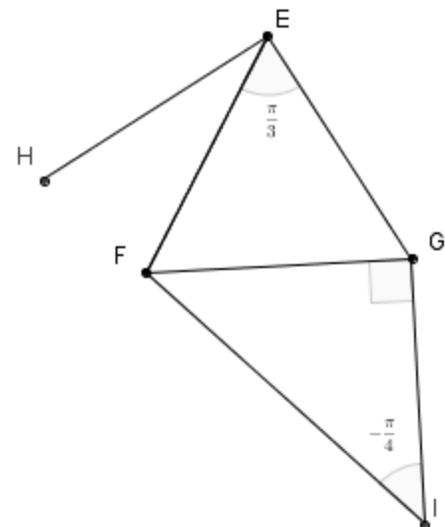
Dans la figure ci-contre EFG est un triangle équilatéral tel que  $(\vec{EF}, \vec{EG}) \equiv \frac{\pi}{3} [2\pi]$ , H est un point de la droite perpendiculaire à (EG) en E tel que  $EH = EF$ , le triangle FGI est rectangle en G et  $(\vec{IF}, \vec{IG}) \equiv -\frac{\pi}{4} [2\pi]$

1) déterminer  $(\vec{FI}, \vec{FG})$

2) montrer que  $(\vec{EH}, \vec{EF}) \equiv \frac{\pi}{6} [2\pi]$

3) déterminer  $(\vec{FE}, \vec{FH})$

4) en déduire que les points H, F et I sont alignés.



Bon travail 😊