

☺ EXERCICE N°1

Soit x un réel tel que $x \in [1 ; 3]$ et $a = \frac{x^2 + 3x + 2}{x^2 + 1}$.

1).a). Donner un encadrement de $(3x+1)$ et de (x^2+1) .

b). En déduire que $\frac{3x+1}{x^2+1} \in \left[\frac{2}{5}; 5\right]$

2).a). Vérifier que $a = 1 + \frac{3x+1}{x^2+1}$.

b). En déduire que $a \in \left[\frac{7}{5}; 6\right]$.

3). Montrer que $|a - 6| - \sqrt{16a^2} + |5a - 7| + 1 = 0$.

☺ EXERCICE N°2

x est un réel. On désigne par :

$$A = (2x - 1)(x + 3) - 4(x - 2)$$

$$B = 4x^2 - 4x - 3$$

I) 1) Montrer que $A = 2x^2 + x + 5$

2) a) Calculer A pour $x = -2\sqrt{5}$

b) Soit : $2,23 \leq \sqrt{5} \leq 2,24$. Donner un encadrement de A

II) 1) Développer et simplifier $(x + 2)(2x - 3) - (2x - 3)(1 - x)$

2) Déduire la factorisation de B.

3) Trouver les réels x pour que $B = 0$.

☺ EXERCICE N°3

Factoriser les expressions suivantes :

$$A = 8x^3 - 27 + (3 - 2x)(3x^2 + 6x + 10)$$

$$B = 4x^2 - 12x + 9 + (2x - 3)(x^2 + 4)$$

$$C = 4(x - 1)^2 - (x + 1)^2 + x(x - 3)^2$$

☺ EXERCICE N°4

On pose $C = |2x - 1| - |1 - 3x| + x$; $x \in \mathbb{R}$.

1) calculer C pour $x = \sqrt{2}$.

2) on suppose maintenant que : $0 < x < \frac{1}{3}$.

a) encadrer $(2x - 1)$ et $(1 - 3x)$.

b) Montrer que $C = 2x$.

☺ EXERCICE N°5

Soit a un réel tel que $-4 < a < -\frac{1}{3}$

1- Donner un encadrement de $\frac{1}{a}$ et $\frac{-2}{-a+1}$

2- Représenter sur une droite graduée les ensembles :

$$A = \left\{ x \in \mathbb{R} \text{ tel que } 1 < x+1 \leq 2 \right\} ; B = \left\{ x \in \mathbb{R} \text{ tel que } \frac{1}{3} \leq \frac{1}{x+1} \leq \frac{1}{2} \right\}$$

3- a) Montrer que pour tout $x \neq (-2)$, on a : $\frac{2x+3}{x+2} = 2 - \frac{1}{x+2}$

b) Soit x un réel tel que $2 < x < 3$

Donner un encadrement de $\frac{2x+3}{x+2}$

☺ EXERCICE N°6

On considère l'expression: $A = \frac{5}{x^2+1} - 3x$ où $x \in [-2,1]$

1) a) Encadrer x^2 ; $\frac{5}{x^2+1}$ et $-3x$

b) En déduire que $A \in [-2,11]$

2) Soit les deux ensembles suivants : $I = \{x \in \mathbb{R}; x^2 < 9\}$ et $J = \{x \in \mathbb{R}; -3x + 5 \leq 2\}$

a) Ecrire I et J sous forme d'intervalles

b) Construire I et J sur la droite réelle puis déterminer $I \cap J$ et $I \cup J$

3) Soit a un réel non nul tel que $a + \frac{3}{a} = 7$. Calculer $a^3 + \frac{27}{a^3}$

☺ EXERCICE N°7

Soit $A(x) = x^2 + 4x - 5$

1) calculer $A(x)$ pour $x = \frac{1}{2}$ puis pour $x = 1 + \sqrt{2}$

2) a- Vérifier que $A(x) = (x + 2)^2 - 9$

b- Factoriser alors $A(x)$

3) Soit $B(x) = x^3 - 1$ et $C(x) = x^2 - 1 + (x - 1)(x + 2)$

a- Factoriser $B(x)$ et $C(x)$

b- Factoriser alors $A(x) + B(x)$

c- En déduire une factorisation de : $A(x) + B(x) - C(x)$

☺ EXERCICE N°8

1) On donne

$$a = 2x - 3 \quad \text{et} \quad b = -\frac{5}{2}x - 1$$

a- Montrer que pour tout réel $x > 2$ on a : $\frac{9}{2}x - 2 > 7$

b- Comparer alors a et b

2) Soit x un réel de $[2, 3]$

a- Vérifier que $\frac{3x-2}{x-1} = 3 + \frac{1}{x-1}$

b- En déduire un encadrement de $\frac{3x-2}{x-1}$

☺ EXERCICE N°9

1) Soit $I = \{x \in \mathbb{R} ; -1 \leq 2x - 3 < 3\}$.

a) Montrer que $I = [1, 3[$.

b) Pour tout $x \in I$, donner un encadrement de $1 - x^2$ et $\frac{1}{x+3}$.

2) Soit $x \in I$ et $4 \leq y \leq 5$ et $A = 3|4 - 5x| + |2y - 5| - 15x - 2y$.

a) Donner un encadrement de $4 - 5x$ et $2y - 5$.

b) Simplifier alors l'expression A .

☺ EXERCICE N°10

Soient x et y deux réels vérifiant $x \geq y$.

1) Comparer :

a) $3x + 1$ et $3y + 1$.

b) $2x - 5y$ et $x - 4y$.

2) Montrer que : $y \leq \frac{2x+y}{3} \leq x$.

☺ EXERCICE N°11

Soit x un nombre réel et soit $F = (x+1)(2x+3) - (x+1)(x+5)$.

- 1) Développer puis simplifier F .
- 2) Factoriser F .
- 3) Sans faire le calcul, déduire que : $1000^2 - 1000 - 2 = 1001 \times 998$.

☺ EXERCICE N°12

I/ Soit $I = \{x \in \mathbb{R}; -1 \leq 2x - 3 < 3\}$

1/ Montrer que $I = [1, 3[$

2/ On pose $A = \frac{2x+7}{x+5}$

- a- Vérifier que $A = 2 - \frac{3}{x+5}$
- b- Pour $x \in I$, donner un encadrement de A

II/ Soit $J = [4; 5]$ et $K = 3|x - y| + |3x - 2y + 8| - |-2y + 5|$

- 1/ Ecrire J sous forme d'inégalité.
- 2/ Pour $x \in I$ et $y \in J$ donner un encadrement de : $x - y$; $-2y + 5$ et $3x - 2y + 8$
- 3/ Ecrire alors K sans symbole de valeur absolue.

☺ EXERCICE N°13

1) Montrer que $1 - \frac{1}{n^2} = \frac{n-1}{n} \times \frac{n+1}{n}$, $n \in \mathbb{N}^*$

2) En déduire : $1 - \frac{1}{2^2}$; $1 - \frac{1}{3^2}$ et $1 - \frac{1}{4^2}$

3) En utilisant la question 1) calculer :

$$S = \left(1 - \frac{1}{2^2}\right) \times \left(1 - \frac{1}{3^2}\right) \times \left(1 - \frac{1}{4^2}\right) \times \dots \times \left(1 - \frac{1}{50^2}\right)$$

☺ EXERCICE N°14

Soit x et y deux réels tels que $x = 6 + \sqrt{27} - (\sqrt{3} + 1)^2$ et $y = \frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}+1}$

1°) Montrer que $x = 2 + \sqrt{3}$ et $y = 2 - \sqrt{3}$

2°) Calculer x^2 ; y^2 ; xy et $x - y$

3°) Calculer alors : $\frac{y}{x} + \frac{x}{y} + y - x$; $\frac{x^3 - y^3}{x - y}$ et $\frac{(x+y)^3}{x^3 + y^3}$

☺ EXERCICE N°15

On considère l'expression $A(x) = (x^2 - 1)(x^2 + x + 3) + (x^2 + 1)^2$

1°) Calculer A pour $x = 1$ et pour $x = 0$

2°) Développer puis réduire $A(x)$

3°) Factoriser $A(x)$

☺ EXERCICE N°16

1/ Calculer et simplifier les expressions suivantes :

$$(2 - \sqrt{5})^{20}(2 + \sqrt{5})^{20} ; (\sqrt{2} - \sqrt{\frac{1}{2}})^2 ; (\sqrt{5} + 1)^3 ; (2 - \sqrt{3})^3$$

2 / Soit a et b deux réels inverses, donner la valeur de l'expression : $a^2(b^2 - 1) - (1 - a^2)$

3/ Soit $I = \{x \in \mathbb{R} \text{ tel que } -5 < 3x - 2 < 7\}$. Ecrire I sous forme d'un intervalle

4/ Calculer $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6}$ et déduire $\frac{1}{2\sqrt{2}} + \frac{1}{3\sqrt{2}} + \frac{1}{6\sqrt{2}}$

☺ EXERCICE N°17

1. on donne $A = x^3 - 27 - (x - 3)(x^2 + 2x + 10)$

a. Factoriser $x^3 - 27$.

b. Déduire que $A = (x-3)(x-1)$.

2. On donne $x \in]-3; -1[$ et $B = |1 - x| + x + \sqrt{x^4} + 2\sqrt{x^2}$

a. Donner un encadrement de $(1-x)$ et $2x$.

b. Montrer que $B = (x - 1)^2$

c. Factoriser $(A-B)$ puis comparer A et B .

☺ EXERCICE N°18

1°) Factoriser puis réduire l'expression $A(x) = (2x-1)(x+3) - (2x-1)(4-5x)$

2°) Soit l'expression $C(x) = x^4 + 4x^2 - 5$

a/ Montrer que pour tout réel x , on a $C(x) = (x^2 + 2)^2 - 9$

b/ Factoriser alors l'expression $C(x)$

c/ En déduire que $2010^4 + 4 \times 2010^2 - 5$ est divisible par 2011 .

3°) Soit l'expression $B(x) = (x+2)^3 - 6x^2 - 12x$

a/ Montrer que pour tout réel x , on a $B(x) = x^3 + 8$

b/ Factoriser alors $B(x)$

☺ EXERCICE N°19

Soit x un réel tel que $-3 < x < \frac{1}{2}$.

1/ Donner un encadrement de $2x+3$ puis de $(2x-1)^2$.

2/ Soit $A = \frac{2x+1}{x-1}$

a) Montrer que $x-1 \neq 0$.

b) Montrer que $A = 2 + \frac{3}{x-1}$

c) En déduire un encadrement de A puis de $\left|A - \frac{3}{2}\right|$.

☺ EXERCICE N°20

Soit z un réel tel que $-4 \leq z \leq -\frac{1}{3}$

1. Donner un encadrement pour $\left(\frac{1}{z^2} \times z\right)$

2. Donner un encadrement pour $\left(-\frac{2}{1-z}\right)$

3. Représenter sur une droite graduée $A = \{x \in \mathbb{R}; \text{tel que } 1 < x+1 \leq 2\}$

☺ EXERCICE N°21

Soient $x \in \left]-\frac{5}{2}, -\frac{3}{2}\right[$ et $y \in]0, 2[$.

1. a) Encadrer $(3-y)$ puis $(y-3)^2$.

b) En déduire un encadrement de $(y-3)^3$.

2. Trouver un encadrement de $\frac{-2}{x+1}$ puis $\frac{2x}{x+1}$.

☺ EXERCICE N°22

1. Soit : $A = \sqrt{\frac{2-\sqrt{2}}{2+\sqrt{2}}}$ et $B = \sqrt{32} - \sqrt{72}$ et $C = \frac{1}{1+\sqrt{2}} - \frac{2}{1-\sqrt{2}}$.

a) Vérifier que $A = \sqrt{2} - 1$

b) Simplifier B et C .

c) En déduire que $B+C-A=2$.

2. Soit $E = x^3 - 8$ $F = x^3 - 6x^2 + 12x - 8$, $H = 6x^2 - 24$ où x et y sont deux réels donnés.

a) Justifier que $F = (x-2)^3$.

b) Factoriser les expressions E et H .

c) En déduire une factorisation de $E+H$.

d) Montrer que pour $x \neq 2$ on a : $\frac{E+H}{F} = \left(\frac{x+4}{x-2}\right)^2$

☺ EXERCICE N°23

- 1) soit $A = x^2 - x - 2$; $x \in \mathbb{R}$
a) calculer A pour $x = \sqrt{3} - 1$
b) Montrer que $A = (x + 1)(x - 2)$
2) Soit $B = x^3 + 1$; $x \in \mathbb{R}$
a) Calculer B pour $x = 2 + \sqrt{2}$
b) Factoriser B
c) En déduire une factorisation de A+B

☺ EXERCICE N°24

On donne $A = x^3 + 2x^2 - (x + 2)$ et $B = (x + 1)^3 - 8$

- 1°) Calculer A puis B pour $x = -\sqrt{2}$
2°) a) Montrer que $A = (x + 2)(x + 1)(x - 1)$
b) Montrer que $B = (x - 1)(x^2 + 4x + 7)$
3°) Factoriser $A - B$
4°) Comparer A et B pour $x = 1$

☺ EXERCICE N°25

Soit les expressions $A = 2(x^2 + 3) - (x + 2)(2x - 1)$

- 1) Calculer A pour ces valeurs de : $x = \frac{1}{2}$ et $x = \sqrt{3}$
2) Montrer que $A = -3x + 8$
3) On suppose que : $-2 \leq x \leq 1$
a) Donner un encadrement de A .
b) Déduire un encadrement de A^2 et $\frac{-3}{1+A}$