SERIE DE MATHEMATIQUES
CLASSE : 1$^{\text{IEME}}$ ANNEE SECONDAIRE
THEME : SYSTEMES DE DEUX EQUATIONS DU 1$^{\text{ER}}$ DEGRE A DEUX INCONNUES - ACTIVITES DANS UN REPERE

LYCEE OUED ELLIL
ANNEE SCOLAIRE : 2011-2012
PROF : BELLASSOUED MOHAMED

SYSTEMES DE DEUX EQUATIONS DU 1$^{\text{ER}}$ DEGRE A DEUX INCONNUES

EXERCICE 1

Résoudre dans $\mathbb{R}^2$ les systèmes suivants:

1. $\begin{cases} 4x+2y=4 \\ 25x+5y=-5 \end{cases}$ **2.** $\begin{cases} 3x-4y=1 \\ x-2y=-1 \end{cases}$ **3.** $\begin{cases} 4x-2y=8 \\ -18x+3y=0 \end{cases}$ **4.** $\begin{cases} 3x+2y-21=0 \\ 4x-5y-5=0 \end{cases}$ **5.** $\begin{cases} x-2y-2=0 \\ 3x-6y+3=0 \end{cases}$

6. $\begin{cases} 2x-3y=2\sqrt{2}-3\sqrt{5} \\ x+y=\sqrt{2}+\sqrt{5} \end{cases}$ **7.** $\begin{cases} x-2y-5=0 \\ \dfrac{1}{7}x+\dfrac{1}{3}y-\dfrac{1}{4}=0 \end{cases}$

EXERCICE 2

On considère les droites D_1, D_2, D_3 et D_4 d'équations respectives :

(1) $y=-x+2$, (2) $x=1$, (3) $x+y=0$ et (4) $2x=-2y+4$.

1. Tracer ces quatre droites dans un repère orthonormé d'unité .
2. Résoudre graphiquement les systèmes (E), (E') et (E'').

(E) $\begin{cases} y=-x+2 \\ x=1 \end{cases}$, (E') $\begin{cases} y=-x+2 \\ x+y=0 \end{cases}$, (E'') $\begin{cases} y=-x+2 \\ 2x=-2y+4 \end{cases}$.

EXERCICE 3

1. Résoudre le système suivant : $\begin{cases} 3X+4Y=25 \\ 2X-Y=2 \end{cases}$.

2. En déduire la résolution des quatre systèmes (A), (B), (C) et (D) ci-dessous :

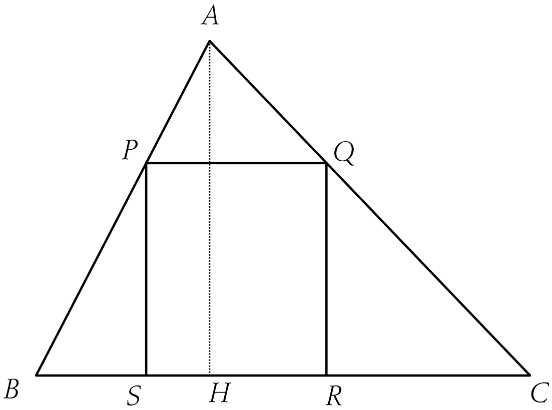
(A) $\begin{cases} 3|x|+4y^2=25 \\ 2|x|-y^2=2 \end{cases}$ (B) $\begin{cases} \dfrac{3}{x}+4\sqrt{y}=25 \\ \dfrac{2}{x}-\sqrt{y}=2 \end{cases}$ (C) $\begin{cases} 9x+8y=25 \\ 6x-2y=2 \end{cases}$ (D) $\begin{cases} 3x-4y^2=25 \\ 2x+y^2=2 \end{cases}$

EXERCICE 4

Soit x et y les dimensions d'un rectangle et 20 son périmètre. Si l'on augmente la longueur de 2 cm et qu'on diminue la largeur de 1 cm, l'aire du rectangle ne change pas.
Calculer x et y

EXERCICE 5

On se donne un triangle ABC tel que BC = 8 cm, AH = 6 cm où H est le projeté orthogonal de A sur [BC].

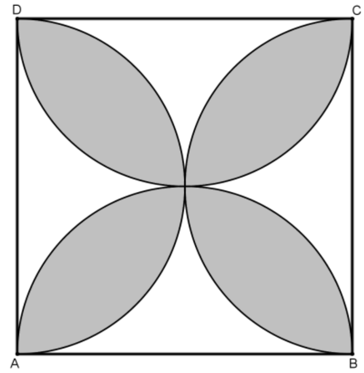


On place un point R sur [BC] et on construit un rectangle PQRS comme indiqué sur la figure. Le périmètre de PQRS est 13 cm. Déterminez les longueurs x et y des côtés du rectangle.

EXERCICE 6

Soit le carré ABCD de côté 2 à l'intérieur duquel on a tracé les demi-cercles de diamètres respectifs [AB], [BC], [CD] et [DA].

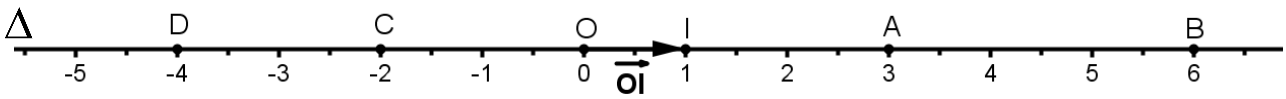
Trouver l'aire de la partie grise et celle de la partie blanche



Activités dans un repère

EXERCICE 7

On considere la droite Δ muni du repere $(O,\overrightarrow{OI})$. A, B , C et D quatre points de Δ



1-Calculer les mesure algébriques $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ et $\overline{CD}$ puis calculer les distances AB, AC et CD

2-Exprimer les vecteurs $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{CD}$ en fonction du vecteur $\overrightarrow{OI}$

3-Trouver l'abscisse x_M du point M tel que $\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{DB}$

4-Calculer les abscisses des points O,I,A,B,C,D et M dans le repère $(O,\overrightarrow{OA})$

EXERCICE 8

Dans le plan rapporté à un repère orthonormé $(O\,;\vec{i},\vec{j})$, on considère les points $A(4\,;-2)$, $B(-4\,;-1)$, $C(2\,;8)$ et $H(-2\,;2)$.

1. Faire une figure et montrer que les points B, C et H sont alignés.

2. **a.** Calculer les distances AH, BH et AB.

b. Démontrer que le triangle AHB est rectangle en H.

3. Calculer l'aire du triangle ABC.

EXERCICE 9 (Tous les résultats devront être justifiés par calcul)

Placer dans un repère orthonormée les points A(0 ; 1), B(4 ; 3) et C(−2 ; 5).

1. Quelle est la nature du triangle ABC ?

2. Quelles doivent être les coordonnées de D pour que ABDC soit un carré ? Placer D.

3. Montrer que I, le milieu de [AB], appartient au cercle de centre C et de rayon 5. Placer I.

4. Soit les points E(2000 ;1000) et F(2000 ;1001). Lequel de ces deux points appartient à la droite (AB) ?

5. Soit G(3996;2004) et H(3996 ;2005). Laquelle des droites (CG) ou (CH) est parallèle à la droite (AB) ?

EXERCICE 10

Soit ABCD un carré, E le milieu de [AB], F le milieu de [AD]. On pose AE = 1.

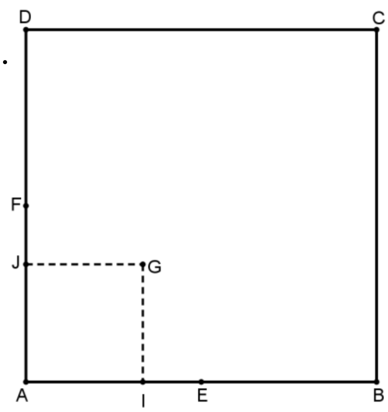
1-Donner les coordonnées des points A, B, C, D, E et F dans le repère $(A;\overrightarrow{AE};\overrightarrow{AF})$

2. **a** donner les composantes du vecteur $\overrightarrow{BF}$.

b. Soit $G\left(\frac{2}{3};\frac{2}{3}\right)$. Montrer que G appartient à la droite (BF).

3. Montrer que les points D, E et G sont alignés.

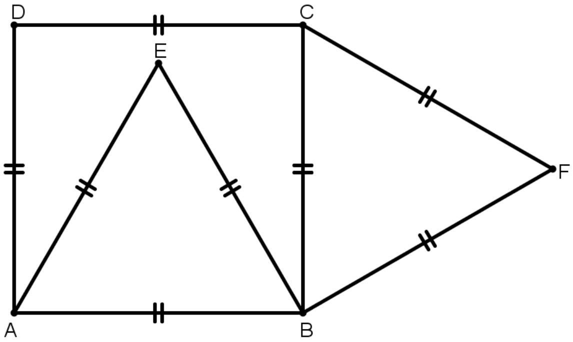
4. Que représente G pour le triangle ABD ? Justifier.



EXERCICE 11

Soit ABCD un carrée . les triangles ABE et BCF sont équilatéraux

Le plan est munie du repère $(A,\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD})$



1-Exprimer les vecteurs $\overrightarrow{AE}$ et $\overrightarrow{AF}$ en fonction des Vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AD}$

2-Donner les coordonnées des points D, E et F dans Le repère $(A,\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD})$

3-Montrer que les points D, E et F sont alignés

EXERCICE 12

Le plan est rapporté a un repère orthonormé $\left(O,\overrightarrow{OI},\overrightarrow{OJ}\right)$ On donne $A(-1;4)$, $B(-4;-2)$ et $C(1;0)$

1-Calculer les coordonnées de D pour que ABCD soit un parallélogramme

2-Calculer les coordonnées du point M intersection des diagonales de ABCD

3-Soit le point $E(6;2)$ .Montrer que les points B , C et E sont alignés

4-Soit le point $F(-7;4)$ .Montrer que (BF) est parallèle a(AC)et que (AF) est parallèle a(OI)

5-Soit G le point défini par $3\overrightarrow{GE}+4\overrightarrow{GF}=\vec{0}$. Montrer que les points E,G et F sont alignés

6-Calculer les coordonnées du point G

7-Montrer que G appartient a la droite (AB)

EXERCICE 13

Le plan est rapporté a un repère orthonormé $\left(O,\overrightarrow{OI},\overrightarrow{OJ}\right)$

EFG est un triangle et K le milieu de $[FG]$

$[GH]$est un hauteur au triangle EFG issue de G (figure 2)

1-Par une lecture graphique donner les coordonnés des points E , F et G et K

2-Exprimer les vecteurs $\overrightarrow{OF}$ et $\overrightarrow{OG}$ en fonction des Vecteurs $\overrightarrow{OI}$ et $\overrightarrow{OJ}$

3- Montrer que le triangle EFG est isocèle en E

4- a- Vérifier que $EK=4\sqrt{5}$

b- En déduire que l'aire $\mathscr{A}$ du triangle EFG est $\mathscr{A}=20$

c- Montrer que $GH=\dfrac{8\sqrt{85}}{17}$

5- Soit le point $M(a,b)$. Déterminer a et b pour que le quadrilatère EFGM soit un parallélogramme .