EXERCICE N°1

Soit un angle aigu α. Montrer que

$$\cos^2\alpha = \frac{1}{1+\tan^2\alpha} \;;\; \frac{1+\tan^2\alpha}{\tan^2\alpha} = \frac{1}{\sin^2\alpha} \;;\; 2-\sin^2\alpha = \cos^2\alpha\left(2+\tan^2\alpha\right) \;;\; \sin^4\alpha+\cos^4\alpha = 1-2\sin^2\alpha\cos^2\alpha \;;$$

$$(\cos\alpha+\sin\alpha+1)(\cos\alpha+\sin\alpha-1) = 2\sin\alpha\cos\alpha$$

EXERCICE N°2

Soit un angle aigu α vérifiant : $\sin\alpha+\cos\alpha = \frac{1}{2}$

Calculer $\sin\alpha\times\cos\alpha$, $\sin^3\alpha+\cos^3\alpha$ et $\sin^4\alpha+\cos^4\alpha$

EXERCICE N°3

Soit ABC un triangle dont tous les angles sont aigus. On désigne par O et R respectivement le centre et le rayon du cercle circonscrit au triangle ABC et H le milieu de [BC].

On pose BC = a , CA = b et AB = c.

1°)Montrer que $B\hat{A}C = B\hat{O}H$.

2°)En considérant le triangle BOH, trouver une relation entre R , a et $\sin B\hat{A}C$

3°)Montrer que $\dfrac{a}{\sin B\hat{A}C}+\dfrac{b}{\sin C\hat{A}B}+\dfrac{c}{\sin B\hat{C}A} = 6R$

EXERCICE N°4

Soit ABC un triangle rectangle en A. On pose BC = a , CA = b et AB = c.

Montrer que : $a = b.\cos\hat{C}+c.\cos\hat{B}$

EXERCICE N°5

(γ) est un cercle de centre O de rayon r, ABC est un triangle inscrit dans (γ) tel que l'angle $\widehat{BAC}$ est aigu. H est le projeté orthogonal de A sur [BC]. La droite (AO) recoupe C en D (inutile de refaire la figure).

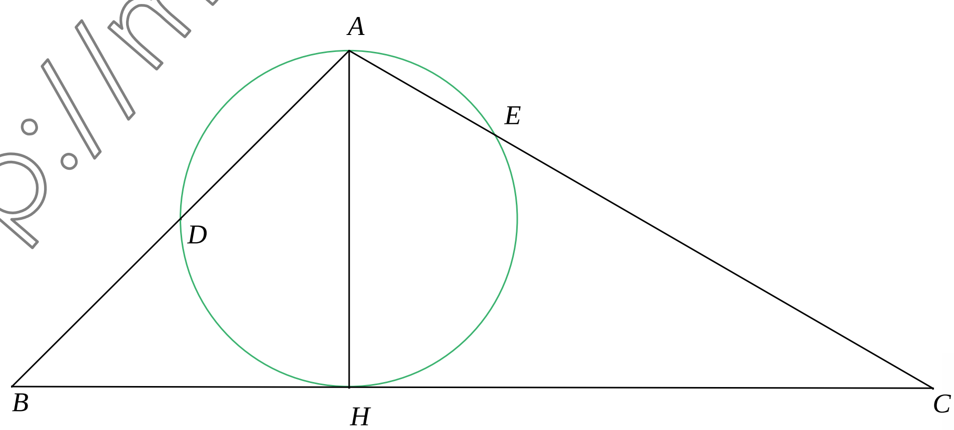
1. Démontrer que les triangles ABD et AHC sont semblables.

2. On pose AB = c, AC = b et AH = h. Déduire de la question précédente que bc = 2rh

EXERCICE N°6

Sur la figure ci-dessous, ABC est un triangle, H le projeté orthogonal de A sur (BC), $\widehat{BAH} = 45°$, $\widehat{HAC} = 30°$ et AH = 6 cm.

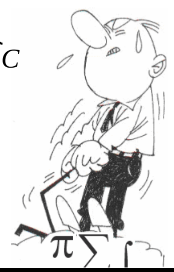
Le cercle (C) de diamètre [AH] et de centre O coupe (AB) en D et (AC) en E.



1. a. Calculer AB et AC.

b. Montrer que AHE est un triangle rectangle.

c. Montrer que AE = $3\sqrt{3}$ cm.



2. a. Démontrer que $\widehat{AHE} = \widehat{ADE} = 60°$ *et* $\widehat{ACB} = 60°$.
b. En déduire que les triangles BAC et EAD sont semblables.
c. Après avoir rempli le tableau de proportionnalité des longueurs, déduisez-en que le rapport de similitude qui fait passer du triangle BAC au triangle EAD est $\frac{\sqrt{6}}{4}$. *S'agit-il d'une réduction ou d'un agrandissement ? Expliquer.*
3. a. Calculer BC (on pourra couper par H).
b. Déduisez-en que $DE = \frac{3}{2}\times\left(\sqrt{6}+\sqrt{2}\right)$ *cm.*
4. On note F le point diamétralement opposé à D sur C.
a. Démontrer que $\widehat{DFE} = 75°$.
b. Déduisez-en que $\sin 75° = \frac{\sqrt{2}}{4}\left(\sqrt{3}+1)\right)$