Séries d'exercices *1ème année*
ACTIVITES NUMERIQUES II

MATHS AU LYCEE * ALI AKIR**
Site Web : *http://maths-akir.midiblogs.com/*

EXERCICE N°1

On considère les suites suivantes :

1°)1 , 4 , 7 , 10 , 13 ,…….

2°)1 , 3 , 4 , 6 , 7 , 9 , 10 , 12 ,…..

3°) $1\ ,\ \frac{2}{3}\ ,\ \frac{5}{6}\ ,\ \frac{11}{12}\ ,\ \frac{23}{24}\ ,\ \ldots\ldots$

Pour la suite 1°) donner le 10ème terme.

Pour la suite 2°) donner le 9ème terme.

Pour la suite 3°) donner le les trois termes suivants.

EXERCICE N°2

1°)Calculer : $1 + 9 \times 4 - 2 \times 5 + 1$

2°)Ecrire sans valeur absolus: $|3-\pi| + \left|\frac{4}{\pi} - 1\right| + \left|\frac{\sqrt{3}}{3} - \frac{1}{\sqrt{\pi}}\right|$

3°)Soit x et y deux réels tels que $1 < x < 2$ *et* $-3 < y < 1$

En cadrer les réels : $\frac{x}{y+4}\ ,\ \frac{x+2}{x+1}$ *et* $\frac{y+1}{y-1}$

4°)Simplifier : $2\sqrt{54} - 2\sqrt{24} - \sqrt{150} + \sqrt{6}$

EXERCICE N°3

Calculer : $A = \dfrac{\dfrac{\frac{1}{101}}{10101}}{\dfrac{10101}{\frac{101}{1}}}$

EXERCICE N°4

Étant donné un entier naturel n, on pose $p = n(n+3)$.

1°) Exprimer le produit $(n+1)(n+2)$ *en fonction de p.*

2°) Exprimer le produit $n(n+1)(n+2)(n+3)$ *en fonction de p.*

3°) En déduire que lorsqu'on augmente de 1 le produit de quatre entiers consécutifs, on obtient un carré parfait.

4°) Application numérique:

de quel nombre entier, le nombre $24\times25\times26\times27 + 1$ *est-il le carré ? et* $1996\times1997\times1998\times1999 + 1$ *?*

EXERCICE N°5

Répondre par vrai ou faux ?

1°) $\frac{2}{11-2} = \frac{12}{111-3} = \frac{123}{1111-4} = \frac{1234}{11111-5}$

2°) $\frac{1}{4} = \frac{1}{10} + \frac{1}{20} + \frac{1}{30} + \frac{1}{40} + \frac{1}{50} + \frac{1}{60} + \frac{1}{200}$

3°) $20151121 = (20 + 15 + 11 + 21)^4$

EXERCICE N°6

1°) Écrire les inverses des nombres suivants sans radical au dénominateur :

$2 - \sqrt{3}\ ;\ \sqrt{7} - \sqrt{6}\ ;\ 2\sqrt{2} - \sqrt{7}$

2°) D'une manière générale, que vaut l'inverse de $\sqrt{n+1} - \sqrt{n}$ *(le démontrer).*

3°)Simplifier : $S = \frac{1}{1+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} + \ldots + \frac{1}{\sqrt{99}+\sqrt{100}}$

EXERCICE N°7

Soient trois nombres positifs a, b et c tels que : $a \le b + c$.

Démontrer alors que : $\frac{a}{1+a} \le \frac{b}{1+b} + \frac{c}{1+c}$

EXERCICE N°8

1°) Démontrer que pour tout $x \neq -1$*, on a :* $\dfrac{1}{1+x} = 1 - x + \dfrac{x^2}{1+x}$

2°) Démontrer que pour tout $x \in \left[-\dfrac{1}{2};\dfrac{1}{2}\right]$ *:*

a) $0 \leq x^2 \leq \dfrac{1}{4}$

b) $\dfrac{2}{3} \leq \dfrac{1}{1+x} \leq 2$

c) $0 \leq \dfrac{x^2}{1+x} \leq 2x^2$

3°) Déduire des deux questions précédentes que, pour tout $x \in \left[-\dfrac{1}{2};\dfrac{1}{2}\right]$*,* $1 - x$ *est une valeur approchée par défaut de* $\dfrac{1}{1+x}$ *à* $2x^2$ *près.*

4°) Donner, à l'aide de cette méthode, des valeurs approchées des nombres suivants, en indiquant la précision :
$\dfrac{1}{1{,}004}$, $\dfrac{1}{1{,}00001}$, $\dfrac{1}{0{,}9995}$.

EXERCICE N°9

Soit x un réel strictement positif. On pose :

$A = \sqrt{1+x}$, $B = 1 + \dfrac{x}{2}$ *et* $C = \dfrac{x^2}{8} + \sqrt{1+x}$

1°) Démontrer que A, B et C sont strictement plus grand que 1.

2°) Comparer A^2 *et* B^2*. En déduire que :* $\sqrt{1+x} < 1 + \dfrac{x}{2}$.

3°) Démontrer que $C^2 - B^2 = \dfrac{x^2}{4}\left(\sqrt{1+x} + \dfrac{x^2}{16} - 1\right)$

Comparer C^2 *et* B^2*.*

En déduire que $1 + \dfrac{x}{2} - \dfrac{x^2}{8} < \sqrt{1+x}$

4°) Donner un encadrement de $\sqrt{1{,}0002}$ *et une valeur approchée de* $\sqrt{1{,}0000001}$ *à* 10^{-14} *près.*