

Exercices niveau 1A

Equation.

On pose : $P(x) = x^2 - 9 - 2(x-3)^2$.

1°) Calculer $P(-1)$, $P\left(\frac{7}{2}\right)$ et $P(\sqrt{5})$.

2°) Factoriser $P(x)$.

3°) Résoudre dans \mathbf{R} l'équation $P(x) = 0$.

Vecteurs.

Soit un triangle ABC, avec $AB = 2$, $AC = 5$ et $BC = 4$ (en centimètres)

On note I le milieu de [BC], D le symétrique de A par rapport à B et on définit deux points E et F par :

$$\vec{AE} = 2\vec{AB} - \vec{BC} \quad \text{et} \quad \vec{CF} = \frac{1}{5}\vec{CA}$$

Partie A

1°) Faire une figure.

2°) Exprimer \vec{IE} et \vec{IF} en fonction de \vec{AB} et \vec{AC} .

3°) Démontrer que les points E, I et F sont alignés.

Partie B

On se place maintenant dans le repère $(A; \vec{AB}, \vec{AC})$

1°) a) Donner les coordonnées des points A, B et C.

b) Déterminer, en justifiant, les coordonnées des points I, D, E et F définis précédemment.

2°) Déterminer une équation de la droite (EF) et démontrer que I appartient à (EF).



YOUSSEF BOULILA

3°) Déterminer les coordonnées des vecteurs \vec{BC} et \vec{ED} que peut on en conclure pour le quadrilatère BCDE ?

Géométrie plane.

Soit ABCD un parallélogramme, on note E et F les points définis par : $\vec{CE} = \frac{3}{4}\vec{CB}$ et $\vec{DF} = \frac{1}{3}\vec{AD}$.

De plus, la parallèle à (BD) passant par E coupe (DC) en G.

On veut démontrer que les points B, F et G sont alignés, de deux façons différentes.

(Faire une figure soignée)

1°) Méthode vectorielle

- Exprimer \vec{CG} en fonction de \vec{CD} .
- Exprimer \vec{BG} et \vec{BF} en fonction de \vec{BC} et \vec{CD} .
- Conclure

2°) Méthode analytique

- On considère le repère $(A; \vec{AB}, \vec{AD})$, déterminer les coordonnées des points B, C, D, E et F dans ce repère.
- Déterminer une équation de la droite (CD) et de la parallèle à (BD) passant par E.
- En déduire les coordonnées du point G.
- Vérifier que les points B, F et G sont alignés.

Vecteurs du plan

Soit un triangle ABC. On note I le milieu du segment [AC] et on définit les points J et K par :

$$\vec{AJ} = \frac{2}{3}\vec{AB} \quad \text{et} \quad \vec{BK} = \frac{1}{4}\vec{CA}.$$

1°) Faire une figure sur une feuille séparée.

2°) Exprimer que : \vec{IJ} puis \vec{KJ} en fonction de \vec{AB} et \vec{AC}

3°) Démontrer que les points I, J et K sont alignés.

Repère du plan



YOUSSEF BOULILA

Dans le plan muni d'un repère (O, \vec{i}, \vec{j}) , on donne les points :

$$A(-2; 1), \quad B(4; 4) \text{ et } C(2,5; -2).$$

1°) Calculer les coordonnées du point G, centre de gravité du triangle ABC.

2°) G' est le symétrique de G par rapport au milieu de [AC].

Calculer les coordonnées du point G' et démontrer que G est le milieu de [BG'].

3°) La droite (BC) coupe l'axe des abscisses en E ; calculer les coordonnées du point E.

4°) La droite (AB) coupe l'axe des ordonnées en F ; calculer les coordonnées du point F.

5°) Démontrer que (EF) est parallèle à (AC) et que le point G est sur la droite (EF).

Equations/Inequations

On pose $P(x) = 4(x + 2)^2 - (x - 2)^2$.

1°) Factoriser $P(x)$.

2°) Résoudre dans \mathbb{R} les équations et inéquations suivantes :

a) $P(x) = 0$.

b) $P(x) > 0$.

Géométrie sans coordonnées.

Soit un parallélogramme ABCD et les points O, I et E définis par :

$$\vec{AO} = \frac{2}{3} \vec{AB},$$

I milieu de [BC],

E symétrique de I par rapport à B.

1°) Faire une figure.

2°) Exprimer \vec{CE} en fonction de \vec{CB} . (Justifier)

3°) Exprimer \vec{DO} et \vec{DE} en fonction de \vec{CB} et de \vec{AB} .

4°) En déduire que les points E, O et D sont alignés.

Equation.

On pose : $P(x) = 16x^2 - 4 - (x - 1)(6x + 3)$.

1°) Calculer $P(-1)$, $P\left(\frac{1}{2}\right)$ et $P(\sqrt{2})$.



YOUSSEF BOULILA

2°) Factoriser $P(x)$.

3°) Résoudre dans \mathbb{R} l'équation $P(x) = 0$.

Vecteurs.

Partie A

Soit un triangle ABC, avec $AB = 4$, $BC = 8$ et $AC = 5$ (en centimètres)

On note : A' le symétrique de A par rapport à B,

C' l'image de C par la translation de vecteur $2\vec{AB}$,

I le point tel que : $\vec{BI} = \frac{1}{3}\vec{BC}$

1°) Faire une figure que l'on complétera au fur et à mesure.

2°) Déterminer la nature du quadrilatère $AA'C'C$.

3°) Exprimer \vec{AI} et $\vec{AC'}$ en fonction de \vec{AB} et \vec{AC} .

4°) Démontrer que les points A, I et C' sont alignés.

Partie B

On se place maintenant dans un repère $(O; \vec{i}, \vec{j})$ avec $A(0; 3)$, $B(4; 4)$ et $C(-2; -1)$

1°) Refaire une figure que l'on complétera au fur et à mesure.

2°) a) Déterminer les coordonnées des points A' , C' et I définis comme dans la partie A.

b) En déduire une vérification de la nature du quadrilatère $AA'C'C$.

3°) a) Déterminer une équation de la droite (AI).

b) En déduire une vérification de l'alignement des points A, I et C'

Geometrie Plane

Soit ABC un triangle non aplati.

1°) Construire les points M, N et P définis par : $\vec{CM} = -\vec{CB}$, $\vec{AN} = \frac{3}{2}\vec{AC}$ et $\vec{AP} = 3\vec{AB}$.

2°) Déterminer le réel x tel que N soit barycentre de (A; 1) et (C; x).

3°) Exprimer \vec{AM} en fonction de \vec{AB} et \vec{AC} .

4°) Exprimer chacun des vecteurs \vec{MN} et \vec{MP} en fonction de \vec{AB} et \vec{AC} .



YOUSSEF BOULILA

5°) Démontrer que les vecteurs \vec{MN} et \vec{MP} sont colinéaires. Que peut-on en déduire pour les points M, N et P ?

6°) Déterminer deux réels α et β tels que M soit le barycentre de (N ; α) et (P ; β).

Avec Coordonnées

Soient A(-3 ; -1), B(1 ; -2) et C(0 ; -7) trois points d'un repère orthonormal $(O; \vec{i}, \vec{j})$ du plan. On fera une figure que l'on complétera au fur et à mesure de l'exercice.

1°) Déterminer les coordonnées du point D tel que ABCD soit un parallélogramme.

2°) Déterminer une équation de la droite (AC).

3°) Soit Δ la droite d'équation cartésienne : $x - 3y - 14 = 0$.
Démontrer que le point D appartient à la droite Δ .

4°) Déterminer les coordonnées du point I intersection de (AC) et Δ .

Triangle et parallélogramme.

Soient A(-1 ; -2), B(1 ; 4) et C(6 ; -1) dans un repère orthonormal $(O; \vec{i}, \vec{j})$.
On complétera la figure au fur et à mesure de l'exercice.

1°) Déterminer les coordonnées du point D, tel que ABCD soit un parallélogramme.

2°) Soit E(-7 ; -3), les points E, A, C sont-ils alignés ?

3°) Déterminer les coordonnées du point I, milieu de [AB].

4°) Quelle est la nature du triangle ICD ?

Vecteurs.

Soit ABCD un parallélogramme.

On note I, J et K les points définis par : $\vec{AI} = \frac{1}{4} \vec{AC}$, $\vec{AJ} = \frac{3}{4} \vec{AD}$ et $\vec{AK} = \frac{3}{8} \vec{AB}$.

1°) Faire une figure.

2°) Démontrer que : $\vec{JI} = \frac{1}{4} \vec{AB} - \frac{1}{2} \vec{AD}$.

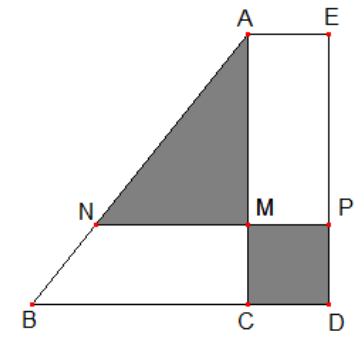


YOUSSEF BOULILA

3°) Exprimer de même \vec{JK} en fonction de \vec{AB} et \vec{AD} .

4°) En déduire que les points I, J et K sont alignés.

Exercice



On considère un triangle ABC rectangle en C et un rectangle ACDE comme indiqué sur la figure.
On donne : $BC = 8$ cm, $CD = 3$ cm et $AC = 10$ cm.

Soit M un point du segment [AC].
La droite perpendiculaire en M à la droite (AC) coupe respectivement les droites (AB) et (DE) en N et P.

On note x la longueur AM.

Soit $A(x)$ l'aire de la partie grisée, formée du rectangle MCDP et du triangle AMN.

1) Montrer que : $A(x) = \frac{2}{5}x^2 - 3x + 30$

A l'aide de la calculatrice, construire la courbe représentative de la fonction A sur l'intervalle $[0; 10]$.

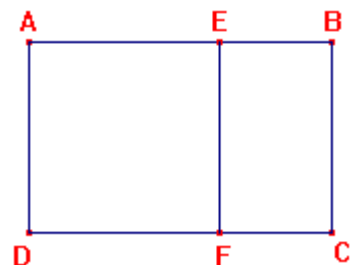
- 2) Déterminer graphiquement, en justifiant, les positions du point M pour lesquelles :
- L'aire de la partie grisée est égale à 25 cm^2
 - L'aire $A(x)$ est minimale.

3) Retrouver les résultats des questions 2) a) et 2) b) par le calcul.

Nombre d'or.

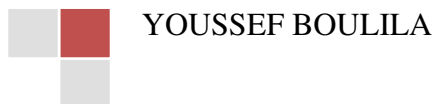
Un rectangle ABCD est dit « rectangle d'or » lorsqu'ayant tracé le carré intérieur AEFD, on a : $\frac{AB}{BC} = \frac{BC}{EB}$.

Les rapports « longueur sur largeur » sont donc les mêmes dans les deux rectangles. Ce rapport s'appelle le nombre d'or (noté Φ); il est supérieur à 1 et son inverse s'appelle la section dorée.



1°) Résoudre dans \mathbb{R} l'équation (E) : $x^2 - x - 1 = 0$.

2°) En prenant $AB = x$, avec $x > 1$, et $BC = 1$, montrer que Φ vérifie l'équation (E).



YOUSSEF BOULILA

En déduire la valeur exacte de Φ .

3°) Calculer astucieusement les valeurs exactes de $\frac{1}{\Phi}$, $\Phi - \frac{1}{\Phi}$ puis $\frac{1}{\Phi - 1}$.

4°) EBCF est-il un rectangle d'or ?

Second degré.

Pour tout réel x , on note : $P(x) = (2x-1)(x+2) + 4x - 2 - (2x-1)^2$.

1°) a) Factoriser $P(x)$.
b) Développer et réduire $P(x)$.

2°) En utilisant l'expression la plus adaptée :

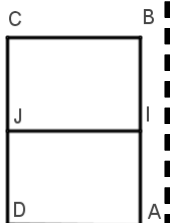
- a) Calculer $P(\frac{3}{2})$ et $P(-\sqrt{2})$.
- b) Résoudre dans \mathbf{R} l'équation : $P(x) = 0$.
- c) Résoudre dans \mathbf{R} l'équation : $P(x) = -5$.
- d) Résoudre dans \mathbf{R} l'équation : $P(x) > 2x - 1$.

Formats papier.

Les formats papier ont une propriété bien pratique :

Lorsque l'on coupe une feuille en deux à partir du milieu des longueurs, on obtient deux feuilles ayant les mêmes proportions que la feuille initiale.

C'est-à-dire que : si la feuille est un rectangle ABCD où AB est une longueur et BC une largeur, on note I le milieu de [AB] et J le milieu de [CD]. On a alors : $\frac{AB}{BC} = \frac{AD}{AI} = \frac{BC}{BI}$.



1°) Résoudre dans \mathbf{R} l'équation (E) : $x^2 = 2$.

2°) On note x le rapport constant : $\frac{AB}{BC} = \frac{AD}{AI} = \frac{BC}{BI} = x$ (Ce sont des longueurs donc : $x > 0$).

Exprimer AD et AI en fonction de AB et BC.

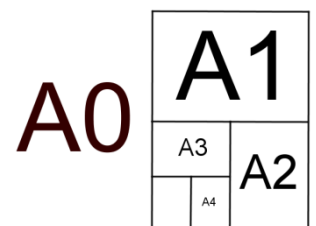
En déduire une équation vérifiée par x , puis la valeur exacte de x .

3°) Le format « A0 » correspond à une feuille de papier ayant une surface de 1 m^2 .

- Puis : le format « A1 » correspond à la moitié d'une feuille « A0 »,
- le format « A2 » correspond à la moitié d'une feuille « A1 »,
- le format « A3 » correspond à la moitié d'une feuille « A2 »,
- le format « A4 » correspond à la moitié d'une feuille « A3 ».

Déterminer les dimensions d'une feuille « A0 », en centimètres à 1 mm près.

En déduire les dimensions d'une feuille « A4 », en centimètres à 1 mm près.



YOUSSEF BOULILA

Sans coordonnées.

Soit un parallélogramme ABCD, avec $AB = 6$, $AC = 8$ et $BC = 4$ (en centimètres)

On note E, F, G et I les points définis par :

$$\vec{AE} = \frac{3}{8} \vec{AC}$$

$$\vec{DF} = \frac{1}{6} \vec{DC}$$

$$\vec{AG} = \frac{3}{5} \vec{AD}$$

I milieu de [AB]

1°) Faire une figure.

2°) Démontrer que $\vec{IE} = -\frac{1}{2} \vec{AB} + \frac{3}{8} \vec{AC}$

3°) Exprimer \vec{IF} en fonction de \vec{AB} et \vec{AC} . (Erreur sur le sujet initial : « \vec{AB} et \vec{AD} . »)

4°) Démontrer que les vecteurs \vec{IE} et \vec{IF} sont colinéaires.

Que peut-on en déduire pour les points I, E, F ?

5°) Exprimer \vec{BE} et \vec{BG} en fonction de \vec{AB} et \vec{AC} .

6°) Démontrer que les vecteurs \vec{BE} et \vec{BG} sont colinéaires.

Que peut-on en déduire pour les points B, E, G ?

.../...



YOUSSEF BOULILA



YOUSSEF BOULILA