Professeur Mr Kamel Bel Asri	# Nombres complexes	4ème Maths

Exercice N°1

Mettre sous forme exponentielle les nombres complexes suivants :

$$\mathbf{1.}z_1 = 1 + i\sqrt{3} \qquad \mathbf{2.}\ z_2 = 9i \qquad \mathbf{3.}z_3 = -3$$

$$\mathbf{4.}z_4 = \frac{-i\sqrt{2}}{1+i} \qquad \mathbf{5.}z_5 = \frac{(1+i\sqrt{3})^3}{(1-i)^5} \qquad \mathbf{6.}z_6 = \sin x + i\cos x.$$

Exercice N°2

Mettre sous forme exponentielle les nombres complexes suivants :

$$\mathbf{1.}z_1 = 1 + i\sqrt{3} \qquad \mathbf{2.}\ z_2 = 9i \qquad \mathbf{3.}z_3 = -3$$

$$\mathbf{4.}z_4 = \frac{-i\sqrt{2}}{1+i} \qquad \mathbf{5.}z_5 = \frac{(1+i\sqrt{3})^3}{(1-i)^5} \qquad \mathbf{6.}z_6 = \sin x + i\cos x.$$

Exercice N°3

Soit a un complexe de module $|a| < 1$.

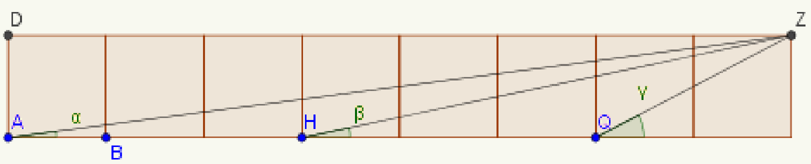
1. Démontrer que, pour tout nombre complexe z tel que $1 - \bar{a}z \neq 0$,

$$1 - \left|\frac{z-a}{1-\bar{a}z}\right|^2 = \frac{(1-|a|^2)(1-|z|^2)}{|1-\bar{a}z|^2}.$$

2. Déterminer les nombres complexes z vérifiant $\left|\frac{z-a}{1-\bar{a}z}\right| \leq 1.$

Exercice N°4

Soit la figure suivante :



Le but de l'exercice est de démontrer que $\alpha + \beta + \gamma = \frac{\pi}{4}\ [2\pi]$. On se place dans le repère orthonormé direct $(A, \vec{u}, \vec{v})$ de sorte que $\vec{u} = \overrightarrow{AB}$.

1. Reproduire la figure et placer les points E et F sur $[DZ]$ tels que β et γ soient des mesures respectives de $(\vec{u}, \overrightarrow{AE})$ et $(\vec{u}, \overrightarrow{AF})$.
2. Quelles sont les affixes des points z_Z, z_E et z_F?
3. Démontrer que $z_Z \times z_E \times z_F = 65(1+i)$.
4. Conclure.

www.devoirat.net 2020

Exercice N° 5

Résoudre les équations suivantes :

1. $z^5 = -i$ **2.** $z^6 = \dfrac{-4}{1+i\sqrt{3}}$

3. $z^5 = \dfrac{(1+i\sqrt{3})^4}{(1+i)^2}$.

Exercice N° 6

On cherche à résoudre l'équation

$$z^3 + (1+i)z^2 + (i-1)z - i = 0.$$

1. Rechercher une solution imaginaire pure ai à l'équation.
2. Déterminer $b, c \in \mathbb{R}$ tels que
$$z^3 + (1+i)z^2 + (i-1)z - i = (z-ai)(z^2+bz+c).$$
3. En déduire toutes les solutions de l'équation.
4. Sur le même modèle, résoudre l'équation $z^3 - (2+i)z^2 + 2(1+i)z - 2i = 0$.

www.devoirat.net 2020