Le plan est orienté dans le sens direct

Exercice1

On considère un triangle rectangle isocéle ABC tel que : $(\widehat{\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}}) \equiv \frac{\pi}{2}[2\pi]$.

O le milieu de [BC]. Δ la droite perpondiculaire en C à la droite (BC)

B' le point d'intersection de (AB) et Δ .I un point du segment [BC] distict de O.

la perpondiculaire en A à (AI) coupe (BC) en K .O' le milieu du segment [CB'].

1) Soit R la rotation de centre A et d'angle dont une mesure est $\frac{\pi}{2}$.

a) Détreminer $R(B), R\big((AB)\big)$, R((BC)) et R((AK)).

b) Construire $K' = R(K)$ et $I' = R(I)$.

2) Soit Ω le milieu de [II'] et Ω'le milieu de [KK'], On désigne par S la similitude directe de centre A, de rapport $\frac{\sqrt{2}}{2}$ d'angle dont une mesure est $\frac{\pi}{4}$.

a) Déterminer $S(K)$ et $S(I)$.

b) Quel est l'ensmbles des points Ω lorsque I décrit le segment [BC] privé du point O ?

c) Montrer que les points Ω, O et Ω' sont alignés.

3) Le plan est rapporté à un repère orthonormé $(A,\vec{\imath},\vec{\jmath})$.

soit M un point d'affixe z , déterminer L'affixe z' du point M' image de M par l'application RoS

Exercice 2

ABC un triangle rectangle en A et tel que $(\widehat{\overrightarrow{BC},\overrightarrow{BA}}) \equiv \frac{\pi}{6}[2\pi]$

On désigne par I et J les milieux respectifs des segments [AB] et [AC].

1/ Soit S la similitude directe qui envoie A sur B et C sur A.

a) Déterminer le rapport et l'angle de S.

Prouver que le centre de S est le projeté orthogonal H de A sur (BC).

b) La parallèle à (AC) menée de B coupe (JH) en D.

Déterminer S(J) et montrer que S(I) = D.

2/ Soient M un point du segment [AC], L le point d'intersection de (AB) et de la parallèle à (BC) menée de M et N le symétrique de L par rapport à I.

a) Montrer que lorsque M varie, le cercle de diamètre [MN] passe par un point fixe autre que A que l'on précisera.

b) Soit K le milieu de [MN]. Déterminer l'ensemble des points K lorsque M décrit le segment [AC].

3/ Soit g la similitude indirecte qui envoie J sur I et H sur B.

a) Déterminer le rapport de g , en déduire qu'elle admet un centre Ω

b) Déterminer $S^{-1}o\ g(J)$ et $S^{-1}o\ g(H)$ puis caractériser la transformation $S^{-1}o\ g$

c) Déterminer les images par g des droites (AB) et (JH) .

Construire alors le point Ω et l'axe Δ de g.

Exercice 3

On donne un rectangle ABCD tel que $(\widehat{\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD}}) \equiv \frac{\pi}{2}[2\pi]$ et $AB = 2AD$

On désigne par I et J les milieux respectifs des segments [AB] et [DC].

1/ Soit f la similitude directe qui envoie D en C et I en J.

a- Déterminer le rapport et l'angle de f.

b- Montrer que f (C) = I.

c- Construire les points E = f (A) et F = f (B) . Prouver que F est le milieu du segment [DI].

2/ a- Soit Ω le centre de f. Montrer que Ω appartient au cercle de diamètre [DI].

b- En déduire que Ω est le point d'intersection des droites (AC) et (EI).

3/ Soit g = $S_J \circ$ f où S_J est la symétrie centrale de centre J.

a- Déterminer la nature et les éléments caractéristiques de g.

b- Soit M un point de P distinct de D et soit N = g (M) .

Montrer que le triangle DMN est rectangle isocèle de sens direct.

c- En déduire une construction du point M′ = f (M) . Effectuer cette construction en

Prenant le point $L = S_J(I)$

4/ Soit φ la similitude indirecte qui envoie F en L et E en I et soit $\psi = \varphi \circ g \circ S_{(AI)}$.

a- Déterminer les éléments caractéristiques de φ .

b- Déterminer les points ψ(A) et ψ(I) puis caractérisé la transformation ψ

Exercice 4

On considère un carré ABCD de sens direct et de centre O et les points E et F définis par :

$E = R_{(D,\frac{\pi}{3})}(C)$ et $F = S_{(AC)}(E)$

1/ Soient Δ la médiatrice de [AD] et $f = S_\Delta o S_{(AC)}$

a- Caractériser la transformation f

b- En déduire que : EB = AF et (EB) $\perp$ (AF)

c- Montrer que AFE est un triangle équilatéral et calculer AF en fonction de AB.

2/ On pose $g = S_{(EF)}\, of$

a- Prouver que g est une isométrie sans points fixes. En déduire que g est une symétrie glissante.

b- Soient Δ' la médiatrice de [OE] et $O' = S_{(EF)}(O)$

Montrer que $g\ (\Delta') = \Delta'$. En déduire la forme réduite de g.

3/ a- Montrer qu'il existe une seule similitude S qui envoie A, F et E respectivement en F, C et B.

b- Prouver que S est directe et déterminer son rapport et son angle.

c- Soit I le centre de S.

Montrer que I appartient au cercle circonscrit au triangle AOF et au cercle de diamètre [AC].

d- Construire le point I et donner la forme déduite de S.

Exercice 5

Soit ABCD un trapèze rectangle tels que $\overrightarrow{AB} = 3\overrightarrow{DC}$ et $(\widehat{\overrightarrow{CD},\overrightarrow{CB}}) \equiv \frac{5\pi}{6}[2\pi]$

On désigne par E le projeté orthogonal de C sur la droite (AB).

1/ Faire une figure.

2/ Soit S la similitude directe qui envoie D en C et A en B.

a- Déterminer le rapport et l'angle de S.

b- Soit I le point d'intersection des droites (AD) et (BC).

Prouver que I est le centre de S.

c- Montrer la demi-droite [IE) est la bissectrice du secteur [IA, IB].

3/ Soit B′ le symétrique de A par rapport à I.

a- Montrer qu'il existe un seul antidéplacement f tels que f (I) = A et f (B) = B′

b- Construire le point F = f (E) .

c- Montrer que f est une symétrie glissante.

d- Montrer que l'axe Δ de f est la perpendiculaire à la droite (IE) passant par le milieu J de [CD].

Donner la forme réduite de f.

4/ On pose g = f ∘ S.

a- Déterminer g(I) et g(D) .

b- Donner la nature et les éléments caractéristiques de g.

5/ On munit le plan du repère orthonormé direct R = $(D,\overrightarrow{DC}, \sqrt{3}\overrightarrow{DI})$

Soit M un point d'affixe z, on pose g (M) = M′(z′) et M∗M′ = M_1 (z_1)

a- Montrer que : $z_1 = \bar{z} + \frac{z}{2}$

b- Déterminer l'ensemble des points M_1 lorsque M lorsque M décrit un cercle de centre D et de rayon r.