Q.C.M

Dans chaque cas une des réponses au moins est exacte.

1. Le nombre 0 ! : a) est égal à 0 b) est égal à 1 c) n'a pas été défini

2. Le nombre de listes à k éléments distincts ou non, dans un ensemble à p éléments :

a) est égal à k^p b) est égal à p^k c) est égal à A_n^k

3. L'expression $\dfrac{n!}{2!\,(n-2)!}$

a) est la valeur de C_n^2 b) est la valeur de C_n^{n-2} c) est la valeur de A_n^{n-2}

4. On place 5 croix et 5 ronds dans une liste de 10 caractères. De combien de manières différentes peut-on placer ces éléments :

a) 2^{10} b) A_{10}^5 c) C_{10}^5

5. Le nombre 4! représente :

a) le nombre de classements possibles dans un ensemble à 4 éléments.

b) le nombre des permutations possibles dans un ensemble à 4 éléments.

c) le nombre des arrangements des 4 éléments dans un ensemble de cardinal égal à 4.

Exercices :

Exercice 1

Aux chiffres et aux lettres, on a un tirage de 9 lettres distinctes (par exemple : NEUIPLMSA) .Combien de mots de 9 lettres le candidat peut-il faire ? (même si le mot n'est pas dans le dico)

Exercice 2

Une gourmande entre dans une boulangerie avec l'intention d'acheter 3 tartes aux fruits. Les autres clients ont été plus rapides :il ne reste plus qu'une tarte aux fraises, une aux framboises ,une pommes ,une poires et une au abricots. Combien d'achats différents peut-elle effectuer ?

Exercice 3

Le drapeau du Mali est composé de 3 bandes verticales de gauche à droite : vert, jaune, rouge. Combien de drapeaux peut-on fabriquer à partir des couleurs du Mali ?

Le drapeau des jeux olympiques est constitué de 5 anneaux entrelacés dans l'ordre suivant : bleu, jaune, noir, vert, rouge .De combien de façons différentes aurait-on pu les disposer ? (En changeant uniquement l'ordre des couleurs) .

Exercice 4

Une agence de voyages propose un circuit touristique comprenant quatre de douze capitales européennes. Pour définir un circuit, on suppose que chaque capitale n'est visitée qu'une fois et on tient compte de l'ordre de visite de ces capitales ; par exemple, le circuit : " Paris, Madrid, Rome, Athènes " diffère du circuit : " Athènes, Rome, Paris, Madrid ".

1. Combien y a-t-il de circuits différents ?
2. Combien y a-t-il de circuits commençant à Paris

Exercice 5

On rappelle qu'une anagramme d'un mot est un mot qui contient les mêmes lettres (éventuellement répétées le même nombre de fois). Par exemple REVISE et SERVIE sont des anagrammes de EVIERS, on considère que ESEIVR en est une autre, bien que ce mot n'ait aucun sens.

1. Combien CHERS a-t-il d'anagrammes ?
2. Combien CHERE a-t-il d'anagrammes ?
3. Combien CHERCHER a-t-il d'anagrammes ?
4. Combien RECHERCHER a-t-il d'anagrammes ?

Exercice 6

Une urne contient 5 boules rouges, 4 noires, 3 vertes. On tire trois boules dans cette urne, successivement, en remettant chaque boule tirée dans l'urne avant de prendre les suivantes.

1. a) Quel est le nombre de tirages possibles ?

   b) Quel est le nombre de tirages contenant trois boules rouges ?

   c) Quel est nombre de tirages deux boules rouges ?

2. Reprendre la première question, en supposant que les trois boules sont tirées simultanément. Comparer les résultats obtenus dans les deux questions.

Exercice 7

Pour constituer une équipe de football, on a le choix entre 20 postulants. En supposant que chaque joueur est polyvalent, combien peut-on constituer d'équipes différentes ?

Parmi les 20 postulants, 17 sont joueurs de champ et 3 sont gardiens. Combien d'équipes distinctes peut-on alors constituer ?

Exercice 7

Une urne contient 49 boules numérotées de 1 à 49.

On tire successivement 6 boules, sans remise.

On appelle "tirage" cet ensemble de 6 numéros obtenus (sans tenir compte de l'ordre).

1. Combien y a-t-il de tirages au total ?
2. Combien y a-t-il de tirages qui contiennent 3 numéros pairs **et** 3 numéros impairs ?
3. Combien y a-t-il de tirages qui contiennent au moins 5 numéros pairs ? (C'est-à-dire 5 numéros pairs **ou** 6 numéros pairs)

Exercice 8

8 candidats sont sélectionnés pour la finale du 100 mètres olympiques. (3 coureurs des Etats-Unis, 1 Canadien, 1 Cubain, 1 Nigérian, 1 Brésilien et 1 Anglais)

A l'issue de l'épreuve les trois premiers sont récompensés dans l'ordre par une médaille d'or, une médaille d'argent et une médaille de bronze. On obtient ainsi un palmarès.

1) Déterminer le nombre d'arrivées possibles de ces 8 coureurs.

2) Combien y-a-t-il de palmarès possibles ?

3) Combien y-a-t-il de palmarès possibles ?

a) Sachant que le 1er est USA et le 2ème Nigérian.

b) Sachant que le 1er est du continent Américain, le 2ème Nigérian et le 3ème Anglais.

c) Sachant que le 1er est du continent Américain et le 2ème des USA.

Exercice 9

Trois dés de couleurs différentes ont des faces numérotées de 1 à 6. On jette ces trois dés et on observe les nombres de face supérieure de chaque dés.

1) Dénombrer tous les résultats possibles.

2) Dénombrer les résultats comportant un seul 3.

3) Dénombrer les résultats comportant exactement deux 4.

4) Dénombrer les résultats ne comportant aucun 5.

Exercice 10

Exprimer en fonction de n et sans factorielle les nombres : $L=\dfrac{C_{n+1}^{p}}{C_{n}^{p}}$; $M=\dfrac{(n+2)!}{n!}$; $N=\dfrac{(2n+2)!}{(2n-1)!}$

Exercice 11

Résoudre dans IN chacune des équations suivantes : $C_n^2=36$; $3C_n^4=14C_n^2$; $C_n^1+C_n^2+C_n^3=\dfrac{7}{2}n$

Exercice 12

1. Calculer les sommes

$A=C_{100}^{0}+C_{100}^{2}+C_{100}^{4}+\ldots+C_{100}^{100}$ et $B=C_{100}^{1}+C_{100}^{3}+C_{100}^{5}+\ldots+C_{100}^{99}$.

2. Soit deux entiers n et p tels que $1\le p\le n+1$.

a. Vérifier que $C_{n+1}^{p}=\dfrac{n+1}{p}C_{n}^{p-1}$.

b. En déduire la somme

$S=\dfrac{1}{1}C_{100}^{0}+\dfrac{1}{2}C_{100}^{1}+\ldots+\dfrac{1}{101}C_{100}^{100}$.

Exercice 12

De combien de façon peut-on choisir trois entiers compris entre 1 et 9 qui soient trois termes consécutifs d'une suite arithmétique.

3ème Maths