

N.B : La présentation et la qualité de la rédaction entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies.

Exercice n°01 (2 pts):

Soit $\mathcal{C}(O, R)$ un cercle de centre O , de rayon R et A un point donné de \mathcal{C} . B et C deux points variables de $\mathcal{C} \setminus \{A\}$ tels que $\left(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right) \equiv \frac{\pi}{3} [2\pi]$.

Soit $M = S_{(AC)}(B)$; Montrer que lorsque B et C varient le point M appartient à un cercle que l'on précisera.

Exercice n°02 (5 pts):

Dans le plan orienté on considère un triangle isocèle ABC tel que $\left(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right) \equiv \frac{\pi}{2} [2\pi]$.

On pose $I = C * B$; (Δ) la droite passant par C , perpendiculaire à (BC) et coupe (AB) en D . Soit R la rotation de centre A et d'angle $\frac{\pi}{2}$.

1/ Faire une figure.

2/a) Déterminer $R(B)$.

b) Déterminer $R[(AC)]$ et $R[(BC)]$.

c) En déduire $R(C)$.

3/ Caractériser $R \circ R$ et en déduire que $A = B * D$.

4/ Déterminer et construire $R(I)$ (on notera $R(I) = J$).

5/ Soit \mathcal{C} le cercle circonscrit au triangle ABC .

Déterminer et construire $\mathcal{C}' = R(\mathcal{C})$.

Exercice n°03 (4 pts):

1/ Répondre par vrai ou faux :

a) $i^4 + i^3 + i + 1 = 0$

b) $(3+i)(3-i) = 8$

c) Le conjugué de $4i - 1$ est $4i + 1$

2/a) Déterminer la forme algébrique puis la forme trigonométrique du nombre complexe :

$$z = \frac{-1 + i\sqrt{3}}{1 + i}$$

b) En déduire les valeurs exactes de $\cos\left(\frac{5\pi}{12}\right)$ et $\sin\left(\frac{5\pi}{12}\right)$.

Exercice n°04 (5pts):

Le plan \mathcal{P} est muni d'un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) .

$$\text{Soit } f(x) = \frac{2x^2 + 4x - 3}{x^2 + x - 2}$$

1/a) Déterminer D_f .

b) Montrer qu'il existe trois réels a, b et c tel que pour tout $x \in D_f$ on a :

$$f(x) = a + \frac{b}{x-1} + \frac{c}{x+2}$$

2/ Étudier la fonction f .

3/ Montrer que (ξ_f) admet un point d'inflexion I dont on déterminera les coordonnées.

4/ Tracer (ξ_f) .

Exercice n°05 (4 pts):

Le plan \mathcal{P} est muni d'un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) .

$$\text{Soit } g_m(x) = mx^3 + (m-1)x^2 - (4m-1)x - 4m + 3 ; m \in \mathbb{R}$$

1/a) Montrer que les courbes (ξ_{g_m}) passent par trois points fixes A, B et C quand le paramètre m varie.

b) Déterminer les coordonnées de ces points.

2/ Discuter suivant les valeurs de m le nombre d'extremums de g_m .