

Exercice N° 01 :

Calculer

1 $\lim_{x \rightarrow 4} (x\sqrt{x} + |x-5| - 2)$; **2** $\lim_{x \rightarrow (-1)} \frac{3x^2}{x^4 + 1}$; **3** $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x-2}{\sqrt{1 + \frac{1}{|x|}}}$; **4** $\lim_{x \rightarrow 2^+} \sqrt{\frac{x+2}{x-2}}$
5 $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x^2 + x + 1}}{x + 3}$; **6** $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x\sqrt{x} - 1}{x^2 - 1}$; **7** $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x^2 + 1} - x}{\sqrt{x^2 + 1} - 2x}$; **8** $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{|x+4|} - 2}{x}$
9 $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x-2} - \sqrt{x}}{\sqrt{x-2} + \sqrt{x}}$; **10** $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x^2 - x} - \sqrt{2x - 2}}{x^2 - x - 2}$; **11** $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{1 - \sqrt{x-1}}{x-2}$
12 $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 - 3x + x - 1})$; **13** $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{1 - \sqrt{x-1}}{x-2}$; **14** $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x + \sqrt{x}} + \sqrt{x}}{\sqrt{x+1}}$
15 $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + \sqrt{x^4 + 5}} - x)$; **16** $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x + \sqrt{x + \sqrt{x}}} - \sqrt{x + \sqrt{x}})$
17 $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(x+1)^{2009} + (x+2)^{2009} + \dots + (x+2009)^{2009}}{x^{2009} + 2009^{2009}}$; **18** $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{1 - \sqrt{2 - \sqrt{7 - 3x}}}{1 - \sqrt{2 - \sqrt{\frac{1}{5 - 2x}}}}$

Exercice N° 02 :

Soit $f(x) = 2x \sqrt{\frac{x}{x-2}} - x$

1- Déterminer D_f

2- Déterminer : $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$; $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - x)$; $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{f(x)}{x}$

Exercice N° 03 :

Soit $f(x) = \begin{cases} \frac{x+2 - \sqrt{x^2 + 4}}{x} & \text{si } x \neq 0 \\ m & \text{si } x = 0 \end{cases}$; $m \in \mathbb{R}$

Déterminer m pour que f soit continue en 0.

Exercice N° 04 :

Soit $f(x) = \frac{1 - E(x)}{x^3 - |x|}$

1- Déterminer D_f (le domaine de définition de f).

2- Calculer $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$

3- Etudier la limite de f en 1.

Exercice N° 05 :

$$\text{Soit } f(x) = \begin{cases} -1 + \frac{\sqrt{x^2 + 1} - 1}{x} & \text{si } x < 0 \\ 1 + \frac{x^2 + 3x}{x + 1} & \text{si } x > 0 \\ 0 & \text{si } x = 0 \end{cases}$$

- 1- Etudier la continuité de f en 0.
- 2- Soit g la fonction définie par $g(x) = |x| \times f(x)$
 - a) Montrer que g est continue en 0.
 - b) Calculer $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{g(x)}{x}$

Exercice N° 06 :

Soit f la fonction définie par $f(x) = \sqrt{4x^2 + x + 1} - 2x + 1$ et (\mathcal{C}) sa courbe représentative dans le plan rapporté à un repère orthonormé.

- 1- Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ et interpréter graphiquement le résultat obtenu.
- 2- a) Calculer $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.

b) Montrer qu'il existe deux réels a et b tels que :

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x} = a \text{ et } \lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - ax] = b.$$

Déterminer alors $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - (ax + b)]$

Déduire que (\mathcal{C}) admet une asymptote oblique (Δ) dont on précisera son équation Cartésienne.

Exercice N° 07 :

Soit f une fonction continue sur $[a, b]$ tels que : $f(a) > ab$ et $f(b) < b^2$.

Montrer qu'il existe $c \in [a, b]$ tel que $f(c) = bc$.

Exercice N° 08 :

$$\text{Soit } f(x) = \begin{cases} \frac{2x - 5}{x + 4} & \text{si } -4 < x \leq 4 \\ \frac{x - \sqrt{5x - 4}}{x - 4} & \text{si } x > 4 \end{cases}$$

- 1- Déterminer le domaine de définition de f .
- 2- Montrer que f est continue sur $] -4, 4]$ et sur $] 4, +\infty [$.
- 3- Etudier la continuité de f en 4.
- 4- Montrer que l'équation $f(x) = \frac{1}{2}$ admet une solution $\alpha \in [7, 10]$.
- 5- Déterminer la valeur exacte de α .

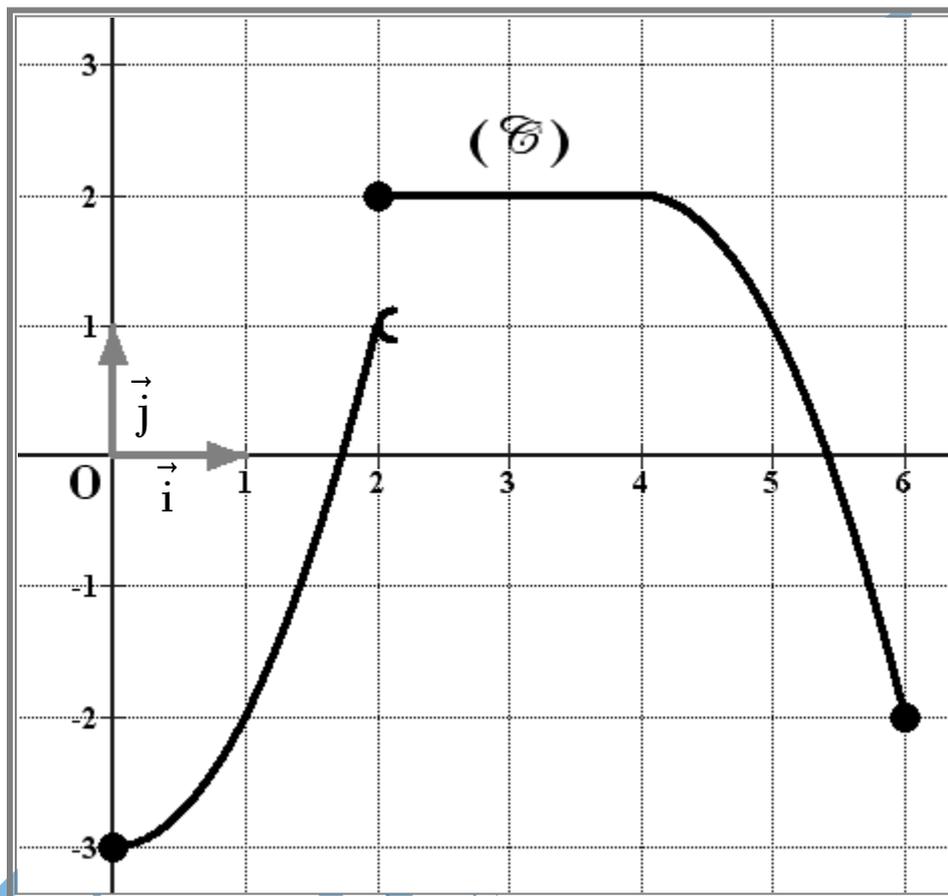
Exercice N° 09 :

$$\text{Soit } f(x) = \frac{x^2 + E\left(\frac{x}{2}\right)}{x+1}$$

Etudier la continuité de f en 1 et en 2.

Exercice N° 10 :

La figure ci-dessous est la représentation graphique d'une fonction f .



1- Déterminer graphiquement :

a) D_f (le domaine de définition de la fonction f).

b) $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$; $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$; $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$; $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$

c) Les intervalles où f est continue.

d) $f([0,2])$ et $f([1,4])$

2- Résoudre graphiquement l'inéquation : $-2 < f(x) < 2$

$$3- \text{ soit } h(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{10x^2 - 6x + 1} - 1}{x} & \text{si } x < 0 \\ f(x) & \text{si } 0 \leq x \leq 6 \\ \frac{2x^2 - 13x + 6}{x^2 - 5x - 6} & \text{si } x > 6 \end{cases}$$

a) Montrer que h est continue sur $]-\infty, 0[$ et sur $]6, +\infty[$.

b) Montrer que pour tout $x < 0$, on a : $h(x) = \frac{10x - 6}{\sqrt{10x^2 - 6x + 1} + 1}$.

c) Etudier la continuité de h en 0 et en 6.

d) Montrer que h est majorée sur \mathbb{R} .

Exercice N° 11 :

Soient f et g deux fonctions définies sur \mathbb{R} et vérifiant pour tout réel x :

$$f(-x) + 2f(x) = g(x) \text{ où } g \text{ est une fonction paire.}$$

1- a) Montrer que f est paire .

b) En déduire que $f(x) = \frac{g(x)}{3}$

2- On suppose que $f(x) = x^4 - 2x^2$

a) Montrer que l'équation $f(x) = -\frac{1}{2}$ admet une solution α avec $\alpha \in [1, 2]$

b) Donner une valeur approchée de α à 10^{-1} près.

Exercice N° 12 :

Soit $f(x) = \frac{x^2 - 3x + 2}{x + 2}$

1- Déterminer D_f .

2- On se propose de déterminer les réels a, b et c tels que :

$$f(x) = ax + b + \frac{c}{x + 2}; \forall x \in D_f.$$

a) Calculer $\lim_{x \rightarrow -2} (x + 2)f(x)$ et en déduire la valeur de c .

b) Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$ et en déduire la valeur de a .

c) Calculer $f(0)$ et en déduire la valeur de b .

d) En déduire que (ξ_f) admet une asymptote oblique (Δ) dont on donnera une équation.

e) Etudier la position relative de (ξ_f) et (Δ) .

3- Dresser le tableau de variation de f .

4- Construire (ξ_f) dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) .