LYCÉE ECHEBBI	Devoir de synthèse n°2 MATHÉMATIQUE	CLASSE3s
PROF : DK AHMED		Duré 2h

EXERCICE N1(7points) ***(NB : Le sujet comporte 2 pages)***

1) Soit f la fonction définie sur par : $f(x) = \boldsymbol{x^3} + 3x^2 - 1$ on désigne par C_f sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O;\vec{i};\vec{j})$
   a) Etudier les variations de f
   b) Monter que le point $I(-1,1)$ est un centre de symétrie de C_f
   c) Ecrire une équation de la tangente T à C_f en I
   d) Déterminer la position de C_f par rapport à T
   e) Construire C_f et T
2) Discuter suivant les valeurs du réel m le nombre de solutions de l'équation $(E): x + 3 = \frac{m+1}{x^2}$
3) Soit g la fonction définie par :$g(x) = |x + 2|^3 - 3x^2 - 12x - 12$
   a) Monter que la droite $\Delta: x = -2$ est un axe de symétrie de C_g
   b) Exprimer $g(x)$ en fonction de $f(x)$ pour $x \in [-2, +\infty[$
   c) En déduire le traçage de C_g dans le même repère, justifier
4) Soit h la fonction définie par $\begin{cases} h(x) = f(x) & si\ x \leq 0 \\ h(x) = \frac{2x-1}{x+1} & si\ x > 0 \end{cases}$
   a) Montrer que $\boldsymbol{h}$ est continue en 0
   b) Etudier la dérivable de $\boldsymbol{h}$ en 0. Interpréter graphiquement le résultat
   c) Dresser le tableau de variation de $\boldsymbol{h}$

EXERCICE N2(5,5points)

Une fermière possède 12 lapins $\begin{cases} 5\ males\ ; 2blancs\ et\ 3noirs \\ 7\ femelles\ ; 2blanches\ ; 1\ noire\ et\ 4\ grises \end{cases}$

1) Elle décide de vendre 4 lapins choisis au hasard et simultanément

Calculer toutes les possibilités dans chacun des cas suivants

A « 4 lapins de même couleur «

B « 4 lapins de même sexe »

C « au moins 1 lapin blanc «

D « exactement 2 males blancs »

2) Le jour du marché elle décide de mettre les 12 lapins dans une cage

Elle prend successivement et sans remise 3 lapins de la cage

   a) Calculer le nombre de tirage total
   b) Calculer le nombre de tirages donnant 3lapins de même couleur
   c) Calculer le nombre de tirages donnant 3lapins de couleurs différentes

d) Calculer le nombre de tirages donnant au plus 1 femelle blanche

e) Calculer le nombre de tirages donnant au moins 2 males noires

EXERCICE N3(7 ,5points)

le plan P muni d'un repère orthonormé direct $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$

(ξ) est le cercle trigonométrique de centre O

A , B et C sont les points de coordonnées cartésiennes respectives $(-1; 0), (2; 0) et \left(0; \sqrt{3}\right)$

M est un point de (ξ) tel que $\left(\vec{\imath}, \overrightarrow{OM}\right) \equiv \theta[2\pi]$ ou θ est un réel de l'intervalle $[0,2\pi[$

1) Calculer $\cos\left(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right)$ et $\sin\left(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right)$ et en déduire une mesure de l'angle orienté $\left(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right)$

2) a) Déterminer les composantes de chacun des vecteurs $\overrightarrow{OM}$ et $\overrightarrow{BM}$ et montrer que $\overrightarrow{OM}.\overrightarrow{BM} = 1 - 2cos\theta$

   b) En déduire les valeurs de θ pour les quelles la droite (BM) est tangente à (ξ)

   c) Donner alors les coordonnées cartésiennes des points de contact H et K du cercle (ξ) et des tangentes à (ξ) issues du point B

3) a) Montrer que : $dét\left(\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{AC}\right) = \sqrt{3} - 2\sin\left(\theta - \frac{\pi}{3}\right)$

   b) En déduire les valeurs de θ pour lesquelles le point M appartient à la droite (AC)

   c) On note E le point ou la droite (AC) recoupe le cercle (ξ)
   Vérifier que
   EHK est un triangle rectangle

4) a) Montrer que $AM = \sqrt{2 + 2cos\theta}$

   b) Déterminer et représenter l'ensemble des points M de (ξ) tels que $AM \geq \sqrt{3}$

Bon travail