| Lycée « IBN KHALDOUN » jemmel<br>Classe :$3^{ème}$ sciences | Devoir de Synthèse n°2<br>Durée : 3 heures | Année scolaire : 2016/2017<br>Prof : garrab wissem |
|---|---|---|

## Exercice N°1 :(6 pts)

On considère la suite $(U_n)$ définie sur IN par $\begin{cases} U_0 = \dfrac{3}{2} \\ U_{n+1} = \dfrac{5U_n - 4}{U_n} \end{cases}$

1) Calculer $U_1$ et $U_2$.
2) Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N} : 1 \prec U_n \prec 4$.
3) Montrer que la suite $(U_n)$ est croissante.
4) Soit la suite $(V_n)$ définie sur IN par $V_n = \dfrac{U_n - 4}{U_n - 1}$.
   a- Montrer que $(V_n)$ est une suite géométrique dont on précisera la raison q et le premier terme $V_0$.
   b- Exprimer $V_n$ en fonction de n.
   c- Calculer $\lim\limits_{n \to +\infty} V_n$.
   d- Exprimer $U_n$ en fonction de n.
   e- Déduire $\lim\limits_{n \to +\infty} U_n$.
5) On considère la suite $(W_n)$ définie sur IN par : $W_n = \dfrac{3}{U_n - 1}$ et on pose $S_n = \sum\limits_{k=0}^{n} W_k$.
   a- Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N} : W_n = 1 - V_n$.
   b- Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N} : S_n = n + 1 + \dfrac{20}{3}\left(1 - \left(\dfrac{1}{4}\right)^{n+1}\right)$.
   c- Calculer la limite de $\lim\limits_{n \to +\infty} \dfrac{S_n}{n}$.

## Exercice N°2 : (6pts)

Dans l'espace $\xi$ rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$

On considère les points A(1,1,-1), B(0,-2,-1) et C(0,0,1) et la droite $\Delta : \begin{cases} x = -3 + 3t \\ y = 1 - t \\ z = t \end{cases}$ ;t ∈IR.

1) a-Vérifier que les points A, B et C déterminent un plan P.
   b-Déterminer une équation cartésienne du plan P.
2) Montrer que la droite $\Delta$ coupe le plan P en un point que l'on précisera.
3) a- Donner une représentation paramétrique de la droite (AB).
   b- Etudier la position relative des droites $\Delta$ et (AB).
4) a- Déterminer une équation cartésienne du plan Q contenant $\Delta$ et parallèle à (AB).
   b- Montrer qu'une représentation paramétrique de la droite $\Delta' = P \cap Q$ est $\begin{cases} x = m \\ y = 3m \\ z = 1 \end{cases}$ $m$ ∈IR.
   c- Déterminer une équation cartésienne du plan H passant par A et perpendiculaire à la droite $\Delta'$.
   d- En déduire les coordonnées du point K : Projeté orthogonale de A sur la droite $\Delta'$.

## Exercice N°3 : (5pts)

Un sac contient sept jetons : $\begin{cases} \text{quatre blancs numérotés : } -1, -1, 0, 1 \\ \text{deux rouges numérotés : } -1, 1 \\ \text{un jaune numéroté : } 1 \end{cases}$ indiscernables au toucher.

1- On tire simultanément et au hasard trois jetons du sac .

Calculer la probabilité de chacun des événements suivants :

a- A : « Obtenir trois jetons de même couleur ».

b- B : « Obtenir trois jetons de couleurs différentes et de même numéro ».

c- C : « Obtenir trois jetons tels que la somme de numéros marqués est nulle ».

d- D : « Il reste une seule couleur dans le sac ».

2 - On tire successivement deux jetons du sac de la manière suivante :

Si le jeton tiré est blanc alors il est remis dans le sac , sinon il n'est pas remis dans le sac.

Calculer la probabilité de chacun des événements suivants :

a- E : « Obtenir deux jetons blancs »

b- F : « Obtenir le jeton jaune parmi les deux jetons tirés ».

## Exercice N°4 : (3pts)

Soit une fonction $f$ définie par $f(x) = 2\cos\left(\frac{1}{2}x + \frac{\pi}{4}\right)$ .

et soit $\zeta_f$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$ .

1) a- montrer que la droite $\Delta : x = -\frac{\pi}{2}$ est un axe de symétrie pour $\zeta_f$ .

b-montrer que le point $A\left(\frac{\pi}{2}, 0\right)$ est un centre de symétrie pour $\zeta_f$ .

c- Montrer que l'on peut restreindre l'intervalle d'étude de $f$ à $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$.

2) a- Etudier les variations de $f$ sur $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$.

b- Construire $\zeta_f$ .