

Devoir de synthèse N°2

LS :02/03/34

Goubellat

Date :24/05/2017

Classe : 3^{ème} année

Prof :Hamdi

Section: Sciences Expérimentales

Epreuve: Mathématique

Durée:3h

Coefficient:3

EXERCICE N° 1 (5 Pts)

L'espace est muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$

On donne les points $A(1, 1, 1)$; $B(3, 2, 1)$ et $C(1, 2, 3)$

Soit Δ une droite dont la représentation paramétrique est :
$$\begin{cases} x = 1 - 2\alpha \\ y = 3 - 2\alpha \\ z = 2 - 2\alpha \end{cases}; \alpha \in \mathbb{R}$$

1°) Donner une représentation paramétrique de la droite (AB)

2°) Etudier la position relative de droites (AB) et Δ

3°) a°/ Montrer que la droite Δ et le point C forment un plan P

b°/ Donner une représentation paramétrique de plan P

c°/ Montrer que une équation cartésienne de P est : $2x - y - z + 3 = 0$

4°) On donne le plan $Q : x + y + z + 1 = 0$

a°/ Montrer que P et Q sont sécants

b°/ Donner une représentation paramétrique de la droite D intersection de P et Q

EXERCICE N° 2 (6 Pts)

On considère la fonction f définie sur \mathbb{R} par : $f(x) = \cos 2x + \sqrt{3} \sin 2x$

1°) Montrer que $f(x) = 2 \cos(2x - \frac{\pi}{3})$

2°) Donner une période de f

3°) a°/ Calculer $f'(x)$

b°/ Déterminer le signe de $\sin(2x - \frac{\pi}{3})$ sur l'intervalle $[0, \pi]$

c°/ Dresser le tableau de variation de f sur l'intervalle $[0, \pi]$

4°) a°/ Résoudre l'équation : $f(x) = 0$ sur l'intervalle $[0, \pi]$

b°/ Tracer dans un repère (O, \vec{i}, \vec{j}) la courbe de f sur l'intervalle $[-\pi, 2\pi]$

5°) On donne la fonction g définie par $g(x) = f(x) + 1$

Tracer dans le même repère (O, \vec{i}, \vec{j}) la courbe de g sur l'intervalle $[-\pi, 2\pi]$

EXERCICE N° 3 (4 Pts)

On considère l'application $f : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$ tel que pour tout nombres complexes

$$z \neq 1 \text{ on a : } f(z) = \frac{z+i}{z-1}$$

1 °) Donner l'écriture cartésienne de $f(i)$

2 °) Donner l'écriture cartésienne de nombre complexe z tel que : $f(z) = i$

3 °) On pose $z = x + iy$ avec x et y appartiennent à \mathbb{R}

a °/ Montrer que la partie réelle de $f(z)$ est : $\frac{x^2 + y^2 - x + y}{(x-1)^2 + y^2}$ et la partie

imaginaire de $f(z)$ est : $\frac{x - y - 1}{(x-1)^2 + y^2}$

b °/ Déterminer l'ensemble des points M d'affixe z tels que $f(z)$ est réel

EXERCICE N° 4 (5 Pts)

Un sac contient 5 boules blanches numérotés 1 ; 1 ; 1 ; 2 ; 3 et 3 boules verts numérotés 1 ; 2 ; 3

On tire simultanément 3 boules de sac

1 °) Combient y a _ t_il de tirages possibles

2 °) Combient y a _ t_il de tirages qui contiennent 2 boules blanches

3 °) Combient y a _ t_il de tirages qui contiennent 2 boules numérotés 1

4 °) Combient y a _ t_il de tirages qui contiennent des boules de meme numéros

5 °) Déterminer le nombre de tirages possibles qui contiennent au moins 2 boules numérotés 2

6 °) On tire successivement 4 boules , sans le remettre dans le sac

Combient y a _ t_il de tirages possibles

BONNE CHANCE

Nom :.....

Prénom :.....

Classe :.....

