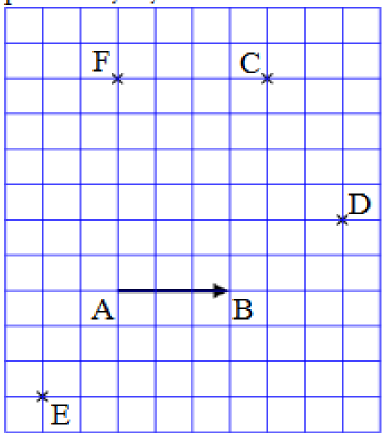
EXERCICE ❶ $(3pts)$

Les points G, H, I et J sont les projetés orthogonaux respectifs des points C, D, E et F sur la droite (AB). On donne AB = 3.



1°) Placer les points G, H, I *et* J.

2°) Donner les expressions et les valeurs des produits scalaires :

$\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{CD}$ = …………….. = ……

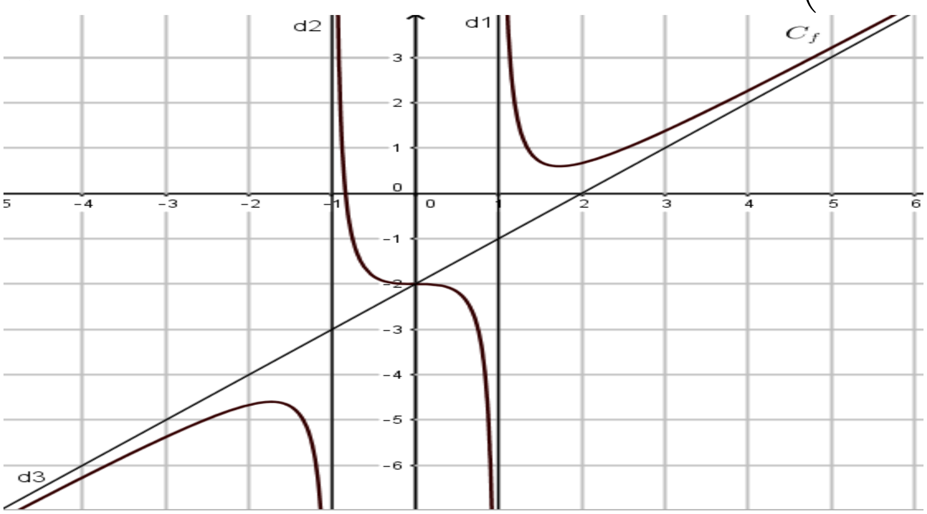
$\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AE}$ = …………….. = ……

$\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AF}$ = …………….. = ……

$\overrightarrow{BA}.\overrightarrow{BF}$ = …………….. = ……

EXERCICE ❷ $(7pts)$

$A)$ Dans la figure ci-contre on a représenté dans un repère $\left(O, \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j}\right)$ la courbe C_f d'une fonction f.



1. Déterminer graphiquement :
   (a) D_f
   (b) Les asymptotes à C_f.
   (c) $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$, $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$, $\lim\limits_{x\to-1^+} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to-1^-} f(x)$

2. Calculer $\lim\limits_{x\to1^+} \dfrac{f(x)}{1-x}$

$B)$ Soit g la fonction définie par : $g(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2+x+1}{x-1} & \text{si } x \geq -2 \\ x+2+\sqrt{x^2+5} & \text{si } x < -2 \end{cases}$

1. (a) Déterminer D_g.
   (b) Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$.

(c) Etudier la continuité de g sur D_g.

2. (a) Calculer $\lim_{x\to+\infty}(g(x)-(x+2))$.

   (b) Interpréter graphiquement le résultat obtenu.

3. (a) Montrer que pour tout $x \in]-\infty,-2[$: $g(x)=\dfrac{4-\dfrac{1}{x}}{1+\dfrac{2}{x}+\sqrt{1+\dfrac{5}{x^2}}}$

   (b) En déduire $\lim_{x\to-\infty} g(x)$

   (c) Sans faire de calcul, donner une approximation de $g(-2017)$.

EXERCICE ❸ (5pts)

Soit $x \in \mathbb{R}$, on pose $A(x)=1-\cos(2x)+\sin(2x)$

1. Calculer $A(\frac{\pi}{4})$ et $A(\frac{39\pi}{8})$.

2. Pour tout $x \in \left]0,\frac{\pi}{2}\right[$ on pose $f(x)=\dfrac{A(x)}{1+\sin(2x)}$

   (a) Vérifier que $f(\frac{\pi}{8})=2-\sqrt{2}$

   (b) Montrer que $A(x)=2\sin x(\sin x+\cos x)$

   (c) Vérifier que $1+\sin(2x)=(\sin x+\cos x)^2$, puis déduire que $f(x)=\dfrac{2\sin x}{\sin x+\cos x}$

3. (a) Montrer que $\sqrt{2}\cos\left(x-\dfrac{\pi}{4}\right)=\sin x+\cos x$

   (b) Déduire que $\tan\dfrac{\pi}{8}=\sqrt{2}-1$.

   (c) Déterminer alors $\cos\dfrac{\pi}{8}$

4. Résoudre dans $]-\pi,\pi]$ l'équation $A(x)=0$

EXERCICE ❹ (5pts)

Soit $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$ un repère orthonormé du plan et les points $A\left(-\sqrt{3},-1\right)$ et $B\left(-1,\sqrt{3}\right)$.

1. (a) Déterminer les coordonnées polaires de A et B.

   (b) Placer les points A et B dans le repère $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$.

2. Montrer que OAB est un triangle rectangle et isocèle en O.

3. Soit C le point de coordonnées polaires $\left[2,-\dfrac{2\pi}{3}\right]$

   (a) PLacer le point C.

   (b) Déterminer les coordonnées cartésiennes de C.

4. (a) Quelle est la nature du triangle OAC ?

   (b) Calculer l'aire μ du triangle ABC.