

Prof :B.Anis

Classe :

3^{ème} sc-exp

Devoir de synthèse n°1

Mathématiques

Durée :2h

EXERCICE N°1(4pts)

Répondre par vrai ou faux en justifiant votre réponse.

1) Soit A et B deux points distincts du plan l'ensemble des points M du plan tel que $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = 0$ est le cercle de diamètre [AB].

2) Le plan est orienté dans le sens direct .La mesure principale de $\frac{-55\pi}{3}$ est $\frac{\pi}{3}$

3) La fonction définie sur IR par $f(x) = \sqrt{2x^2 + 4x + 6}$ est minorée par 2.

4) Soit la fonction $f(x) = \frac{\sqrt{x+3}+2}{\sqrt{x+8}-3}$ est définie sur $[-3 ; +\infty[\setminus \{1\}$

EXERCICE N°2(7 pts)

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R} \setminus \{1,2\}$ par :

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^3-1}{x^2-3x+2} & \text{si } x \in]-\infty; 3[\setminus \{1; 2\} \\ 3x + 8 - \sqrt{x^2 + x + 4} & \text{si } x \in [3; +\infty[\end{cases}$$

On désigne par (C_f) la courbe de f dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$ du plan.

1)a) Calculer $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$.

b) f est-elle prolongeable par continuité en 1 ? Justifier.

2) Calculer $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$.Interpréter graphiquement les résultats.

3) Etudier la continuité de f en 3.

4) Montrer que f est continue sur $]3 ; +\infty[$ et sur $] -\infty ; 3[\setminus \{1; 2\}$.

5) Déterminer $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

EXERCICE N°3(6pts)

Le plan est rapporté à un repère orthonormé direct $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

A et B sont les points de coordonnées respectives

$(-1 + \sqrt{3}; -1 - \sqrt{3})$ et $(\sqrt{3}; -\sqrt{3})$ et C est le point de coordonnées polaires $[\sqrt{2}; -\frac{3\pi}{4}]$.

1)a) Déterminer les coordonnées polaires de B et les coordonnées cartésiennes de C.

b) Construire le point B.

2)a) Montrer que le quadrilatère OBAC est un rectangle.

b) Construire le point A.

3) Déterminer $\cos(\overrightarrow{OA}; \overrightarrow{OB})$ et $\sin(\overrightarrow{OA}; \overrightarrow{OB})$. En déduire que $(\overrightarrow{OA}; \overrightarrow{OB}) \equiv \frac{\pi}{6} [2\pi]$.

4) Déduire les coordonnées polaires de A.

EXERCICE N°4(3pts)

Soit f la fonction définie sur IR par $f(x) = \cos 2x - \sin 2x$

1) Montrer que pour tout réel x on a : $f(x) = -\sqrt{2} \sin(2x - \frac{\pi}{4})$.

2) Résoudre dans $[0; \pi]$ l'équation $f(x) = 0$ et l'inéquation $f(x) \geq 1$

3) Résoudre dans IR l'équation $(f(x))^2 + 4f(x) - 5 = 0$.

Bon travail