L. Ibn Charaf Ennadhour	Devoir de synthèse n°1	Décembre : 2012 -
P : Horri Nizar	de mathématiques : Durée 2 h	Classe : 3sc . exp .

Exercice n°1 (3 pts)

Pour chaque question ; trois affirmations sont proposées ; une et une seule est exacte l'élève indiquera sur sa copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie .Aucune justification n'est demandée.

1) $\lim\limits_{x \to +\infty} (\sqrt{x} - x)$ *est égale à :*

a) 0 *b)* $-\infty$ *c)* $+\infty$

2) *f est une fonction définie sur un intervalle ouvert contenant x_0 ; si* $\lim\limits_{x \to x_0^-} f(x) = \lim\limits_{x \to x_0^+} f(x)$ *alors f*

a) est continue en x_0 *b) est discontinue en x_0* *c) admet une limite en x_0*

3) *Soient $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs non nuls tels que* $(\widehat{\vec{u}\,;\,\vec{v}}) = \frac{3011}{4}\pi + k\,2\pi$; $(k \in \mathbb{Z})$; *alors la mesure principale de* $(\vec{u}\,,\,\vec{v})$ *est :*

a) π *b)* 0 *c)* $\frac{3\pi}{4}$

4) *Dans le plan orienté on considère deux vecteurs non nuls $\vec{u}$ et $\vec{v}$ tels que* $(\widehat{\vec{u}\,;\,\vec{v}}) = \frac{113}{4}\pi + k\,2\pi$; $(k \in \mathbb{Z})$;

Une autre mesure de $(\vec{u}\,,\,\vec{v})$ *est :*

a) $\frac{-13}{4}\pi$ *b)* $\frac{\pi}{4}$ *c)* $\frac{5}{4}\pi$

Exercice n°2 (5 pts)

Soient f la fonction définie par $f(x) = \dfrac{x^2 + 4x + 3}{x + 1}$ *pour tout $x \neq -1$ et g la fonction définie par :*

$$g(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2 + 4x + 3}{x + 1} & si\ x \neq -1 \\ 2 & si\ x = -1 \end{cases}$$

1) Montrer que f admet une limite en (-1) .

2) Déterminer l'ensemble de définition D de g .

3) a) Montrer que g est continue en (-1) ; Que représente g pour la fonction f ?

b) Justifier que g est continue sur IR .

.... voir suite au verso

Exercice n°3 (6 pts)

Soit f la fonction définie par : $\begin{cases} f(x) = \sqrt{x^2+1} + x & si\ x < 0 \\ f(x) = \dfrac{x^2-3x+1}{x+1} & si\ x \geq 0 \end{cases}$.

On désigne par (**C**) sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$.

1) Déterminer le domaine de définition D_f de f.

2) a) Montrer que pour tout $x \geq 0$ on a : $f(x) = x - 4 + \dfrac{5}{x+1}$.

b) Montrer que la droite $D : y = x - 4$ est une asymptote à la courbe (**C**) au voisinage de $(+\infty)$.

c) Etudier la position relative de (**C**) par rapport à la droite D pour tout $x \in IR$.

3) a) Montrer que pour tout $x < 0$ on a : $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{x^2+1} - x}$.

b) Calculer $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$ puis interpréter graphiquement le résultat .

Exercice n°4 (6 pts)

Dans le plan P , on considère un triangle ABC tel que : $AB = 2$; $AC = 3$ et $\widehat{BAC} = \dfrac{\pi}{3}$.

1) Calculer $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$.

2) a) Montrer que $BC^2 = BA^2 + AC^2 - 2\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$. (on rappel que : $BC^2 = (\overrightarrow{BC})^2$)

b) Calculer alors BC .

3) Soit D le point du plan P vérifiant : $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC} - 2\overrightarrow{AB}$.

Montrer que $AD = \sqrt{13}$.

4) Soit I le point du plan P vérifiant : $\overrightarrow{AI} = \dfrac{1}{3}\overrightarrow{AC}$.

a) Montrer que : $\overrightarrow{IA} \cdot \overrightarrow{AD} = -1$.

b) En déduire la valeur de $\overrightarrow{IA} \cdot \overrightarrow{ID}$.

5) a) Montrer que , pour tout M de P , on a : $3MI^2 - MC^2 = 2MA^2 - 6$.

b) Déterminer l'ensemble (E) des points M du plan P tels que : $3MI^2 - MC^2 = 20$.

Bon travail