Mathématiques

DEVOIR DE SYNTHESE $N^{0}1$

Durée 2h

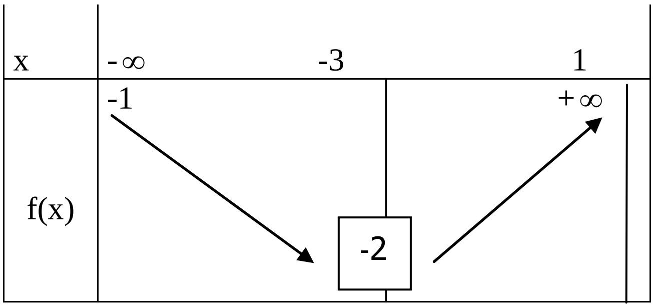
Mr : Orfi Raouf **$3^{ème}SC_1$**

La qualité de la rédaction ,le soin,la rigueur et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies

Exercice N°1 (3 points)

Indiquer la réponse jugée correcte

1) $\lim\limits_{x\mapsto -\infty} \dfrac{x^{2010}+2010x^{2009}-1}{x^{2011}+2011x^{10}-3x}$ est :	a) $+\infty$ b) $-\infty$ c) 0
2) Soit $f(x)=\begin{cases} \dfrac{\sqrt{x}-x}{x-1} & si\ 0\leq x\prec 1 \\ \sqrt{x^2-1}+mx & si\ x\geq 1 \end{cases}$ m réel f est continue en 1 si et seulement si m=	a) 1 b) $\frac{1}{2}$ c) $-\frac{1}{2}$

3)Soit f une fonction dont le tableau de variation est le suivant 	a)L'équation f(x) = 0 admet dans $]-\infty,1]$ une seule solution b)l'image de l'intervalle $]-\infty,-3]$ par f est égale à $[-2,-1]$ c) (C_f) admet une asymptote horizontale d'équation : y=1

Exercice N°2 (5 points)

Le plan P est rapporté à un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$ On considère les points A(1 ,3) ; B(2 , 5) et C(-1 , 4).1/ a) Calculer $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$

b) En déduire la nature du triangle ABC

2/ Calculer $\overrightarrow{CA}.\overrightarrow{CB}$; CA et CB .en déduire Cos($\widehat{ACB}$)

3/ Soit l'ensemble ζ = { M(x, y)$\in P$, tel que : $\overrightarrow{MB}.\overrightarrow{MC}=0$ }

a) Vérifier que $A\in\zeta$

b) Déterminer l'ensemble ζ

Exercice N°3 (6points)

Soient ABC un triangle isocèle en A tel que $(\widehat{\overrightarrow{BC},\overrightarrow{BA}}) \equiv \frac{5\pi}{12}[2\pi]$

1) Donner la mesure principale de $(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC})$

2) Soit D le point telque $(\widehat{\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD}}) \equiv -\frac{65\pi}{6}[2\pi]$et AD = AB

Donner la mesure principale de $(\widehat{\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD}})$.En déduire que A est le milieu de [CD]

3) a. Déterminer la mesure principale de $(\overrightarrow{BA},\overrightarrow{BD})$

b. En déduire que le triangle BCD est rectangle en B

4)Soit ζ le cercle circonscrit au triangle BCD

a. Justifier que A est le centre de ζ

b. Soit E un point de ζ tel que E$\in$ DB-$\{B,D\}$ Déterminer une mesure de $(\overrightarrow{EB},\overrightarrow{ED})$

5)Calculer en fonction de AB ,déterminant $(\overrightarrow{AD},\overrightarrow{AB})$

<u>Exercice N°4</u> (6points)

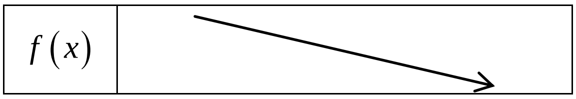
Soit *f* la fonction définie sur $]1;+\infty[$ par $f(x)=\frac{-2x^3+x^2+2x+1}{x^2-1}$. On note C_f sa courbe représentative dans un repère.

1) Étudiez les limites de la fonction *f* aux bornes de son intervalle de définition.
2) Déterminez les réels *a*, *b* et *c* tels que $f(x)=ax+b+\frac{c}{x^2-1}$
3) Soit la droite d'équation $y=-2x+1$ .Montrez que D est asymptote à la courbe C_f en $+\infty$.
4) La courbe C_f admet une deuxième asymptote. Quelle est son équation ?

5)Montrez que l'équation $f(x)=0$, admet une solution $\alpha \in [1,2\ ;\ 2]$.

Voici le tableau de variation de la fonction *f*

x	1 $\qquad\qquad\qquad\qquad$ $+\infty$



Faites figurer les limites trouvées dans le tableau

Soit la fonction f définie sur IR par : $f(x) = \begin{cases} \dfrac{x - \sqrt{-x+2}}{x-1} & si \quad x < 1 \\ f(1) = 3/2 & \\ \sqrt{x^2-1} + mx & si \quad x > 1 \end{cases}$

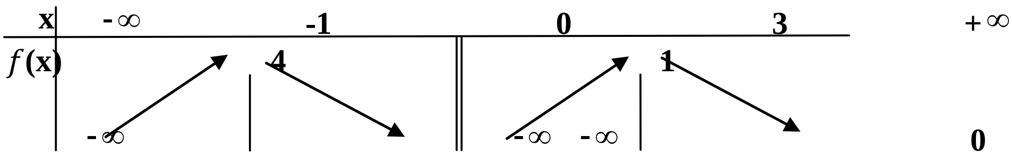
1) Montrer que f est continue sur]-∞, 1[

2) Montrer que f est continue sur]1, +∞[

3) a) Calculer $\lim\limits_{x \to 1^-} f(x)$. f est-elle continue à gauche en 1 ?

b) Calculer $\lim\limits_{x \to 1^+} f(x)$. Trouver le réel m pour que f soit continue à droite en1.

Indiquer la réponse jugée



1)Répondre par vrai ou faux :(Noter sur les copies l'alphabet et la réponsecorrespondante)

a. (C_f) admet exactement deux asymptotes.

b.

d. l'image de l'intervalle]0,+ ∞[par f est égale à]- ∞,0[

Soit f une fonction dérivable sur IR- $\{1\}$dont le tableau de variation est le suivant :

1)Soit f : $x \mapsto \sqrt{x^2-4x+5}$ l'asymptote Oblique a (C_f) au voisinage de (+∞) est la droite d'équation:	**a.** y = x – 2 **b.** y = - x + 2 **c.** : y=1

2)n entier naturel impair , $\lim\limits_{x\mapsto-\infty} \dfrac{x^{2n+1}-x^n-3}{x^n} =$	**a.** $+\infty$ **b.** $-\infty$ **c.** 0
3) A et B deux points distincts , $\{M \in Plan / \overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB}=0\}$ est	**a.** un cercle de centre A **b.** le cercle de diamètre [AB] **c.** la perpendiculaire a (AB) en A
*4)*Si ABC un triangle isocèle telque AB=AC=4 et BC=2 alors $\overrightarrow{BA}.\overrightarrow{BC} =$:	**a.** 2 **b.** -2 **c.** 4

Vrai ou Faux ? :

<u>EXERCICE N°3</u> (3pts)

Soit f la fonction définie par : $f(x)=\sqrt{2x-1}-\dfrac{1}{2}x^2$

1) Justifier la continuité de f sur $[1/2, +\infty[$

2) Montrer que l'équation : f(x)=0 , admet une solution $\alpha \in]\frac{1}{2},1[$

3) Donner une valeur approché par excès de α à 0,1 prés.

<u>EXERCICE N°3</u> (6pts)

On considère la fonction f : x $\mapsto \begin{cases} x+\sqrt{x^2-x} & si \quad x \le 0 \\ x+2E(x) & si \quad x \in]0,2[\\ \dfrac{x^3+2x^2-x+a}{x^2+x-2} & si \quad x \ge 2 \end{cases}$

1) Montrer que f est définie sur IR.

2) a) Calculer $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$. Interpréter graphiquement le résultat obtenu.

b) Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

3) a) Etudier la continuité de f en 0.

b) Trouver le réel a pour que f soit continue en 2.

4) Dans la suite on prend $a = 2$

a) Montrer que la droite D : y = x+1 est une asymptote de (C_f) au vois ($+\infty$)

b) Etudier la position de (C_f) par rapport à D sur $[2, +\infty[$.