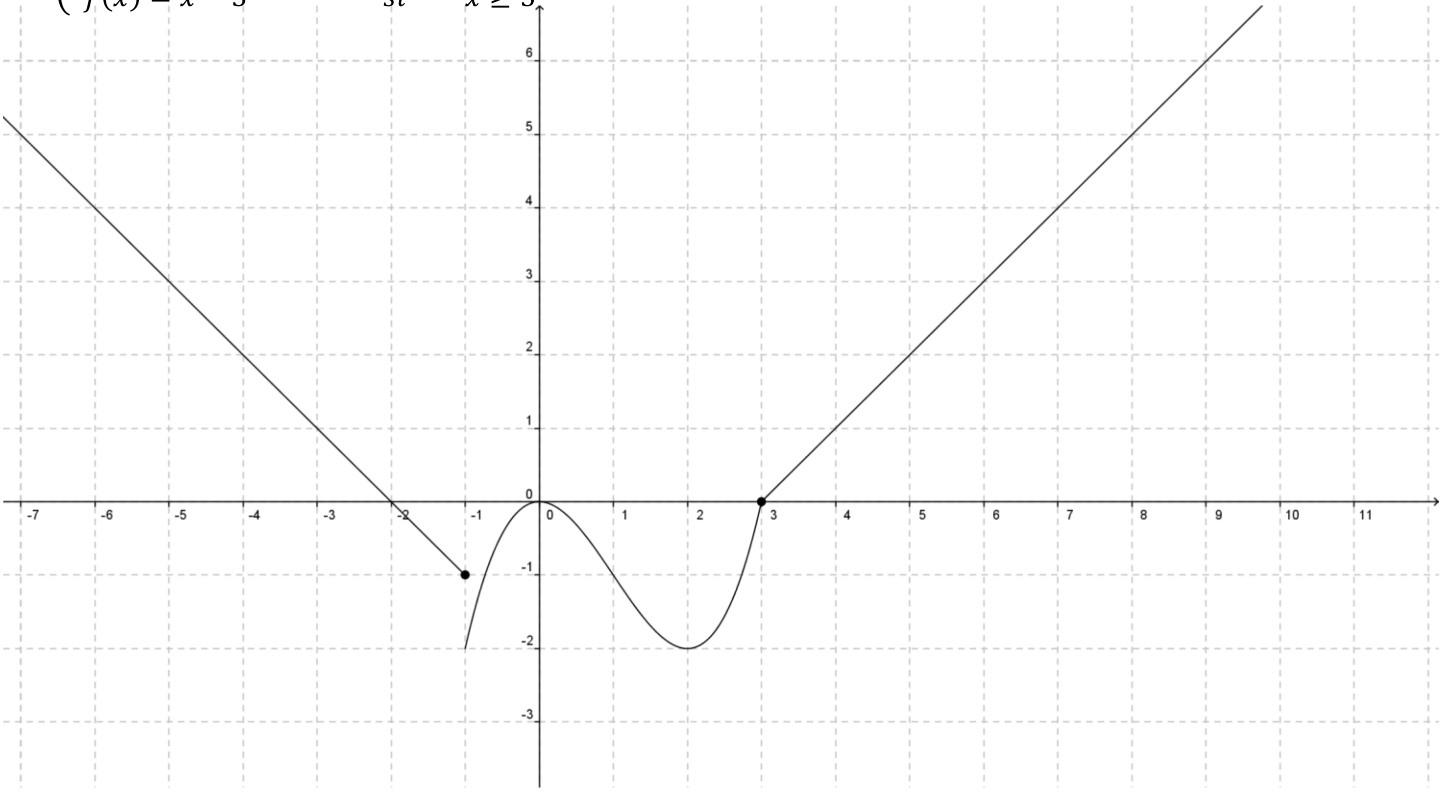
L. Regueb	Mathématiques	Classes : $3^{èmes}Sc_{1et2}$
Prof : Salhi Noureddine	Devoir de Synthèse №1	Le : 04/12/2010 Durée : 2h

Exercice1(5pts)

Dans la figure ci-dessous on a représenté la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$\begin{cases} f(x) = -x-2 \quad si \quad x \leq -1 \\ f(x) = \frac{1}{2}x^2(x-3) \quad si \quad -1 < x < 3 \\ f(x) = x-3 \quad si \quad x \geq 3 \end{cases}$$



Utiliser le graphique pour répondre aux questions suivantes :

1) f est-elle continue sur $\mathbb{R}$? justifier.

2) calculer les limites suivantes : $\lim_{x\to 5} f(x)$, $\lim_{x\to 1} f(x)$, $\lim_{x\to -1^+} f(x)$ et $\lim_{x\to -1^-} f(x)$.

3)Déterminer les images par f de chacun des intervalles suivants : $[-2\,,4]$ et $[0\,,+\infty[$

Exercice2(5pts)

On considère la fonction f définie par : $f(x) = \sqrt{x} - \frac{1}{x-1}$.

1) Déterminer l'ensemble de définition de f.

2)a) Justifier que f est continue sur chacun des intervalles $[0\,,1[$ et $]1\,,+\infty[$.

b) Montrer que f est strictement croissante sur chacun de ces intervalles.

3)a) Montrer que l'équation $(x-1)\sqrt{x} = 1$ admet une solution α dans l'intervalle $\left[\frac{3}{2}\,,2\right]$.

b) Vérifier que $1.7 < \alpha < 1.9$. Donner une valeur approchée à .

Exercice3(5pts)

Dans le plan orienté dans le sens direct, soient les points A , B , M et C définies par :

$$\left(\widehat{\overrightarrow{BM},\overrightarrow{BA}}\right) \equiv \frac{67\pi}{16}\ [2\pi] \qquad \text{et} \qquad \left(\widehat{\overrightarrow{BM},\overrightarrow{BC}}\right) \equiv \frac{43\pi}{16}\ [2\pi] .$$

1)a) Déterminer une mesure principale de $\left(\widehat{\overrightarrow{BM},\overrightarrow{BA}}\right)$ et $\left(\widehat{\overrightarrow{BM},\overrightarrow{BC}}\right)$.

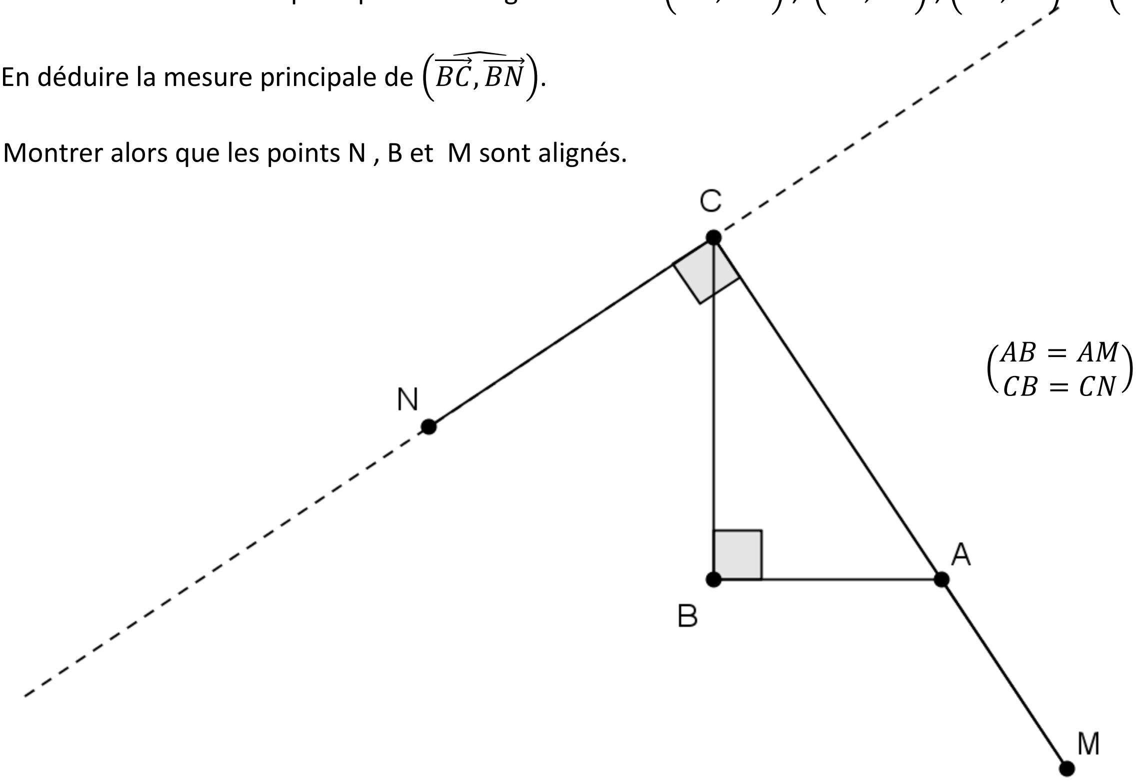
b) Montrer que le triangle ABC est rectangle en B .

2) On suppose que M est un point de la droite (AC) tel que AB = AM et soit N le point de la perpendiculaire à (AC) en C tel que CB = CN comme indique la figure suivante :

a) Déterminer les mesures principales des angles orientés $\left(\widehat{\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AM}}\right)$, $\left(\widehat{\overrightarrow{AC},\overrightarrow{AB}}\right)$, $\left(\widehat{\overrightarrow{CB},\overrightarrow{CA}}\right)$ et $\left(\widehat{\overrightarrow{CN},\overrightarrow{CB}}\right)$.

b) En déduire la mesure principale de $\left(\widehat{\overrightarrow{BC},\overrightarrow{BN}}\right)$.

Montrer alors que les points N , B et M sont alignés.



Exercice4(5pts)

On considère un parallélogramme ABCD tel que AB = 5 ; AD = 4 et $\widehat{BAD} = \frac{\pi}{3}$.

I le milieu de $[AD]$ et H le projeté orthogonal de D sur (AB).

1) Calculer $\overrightarrow{HA}.\overrightarrow{DH}$ et $\overrightarrow{AD}.\overrightarrow{CB}$.

2) Calculer $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AD}$ et en déduire AH .

3) Montrer que $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AD} = AD^2 - \overrightarrow{DB}.\overrightarrow{DA}$.

4)a) Montrer que pour tout point M du plan on a : $MA^2 + MD^2 = 2MI^2 + 8$.

b) Déterminer l'ensemble des points M du plan tels que : $MA^2 + MD^2 = 16$.