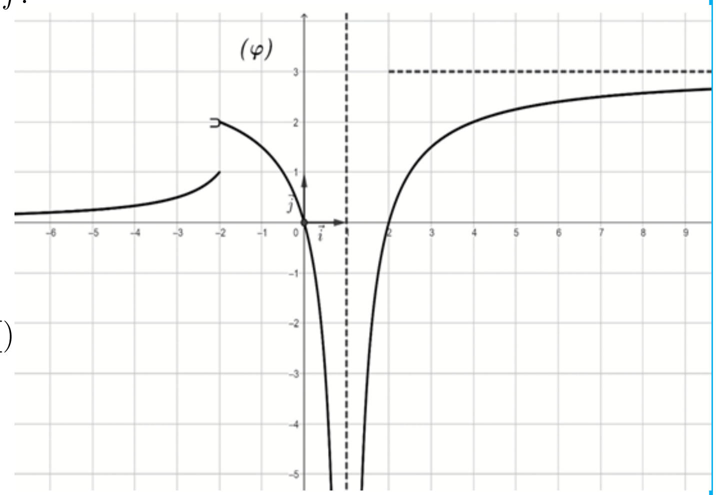
# Devoir de Synthèse N°1

3ème Sciences Profs : Zaied Ali / Douma Ali Durée 2h

## Exercice N° 1 (5 points)

$(\varphi)$ est le représentation graphique d'une fonction $f$ dans un repère orthonormé $\left(O, \vec{i}, \vec{j}\right)$.
Par lecture graphique répondre aux questions suivantes :

1. a) Déterminer l'ensemble de définition de $f$.




   b) Déterminer :
   $\lim\limits_{x\to(-2)^-} f(x)$ ; $\lim\limits_{x\to(-2)^+} f(x)$
   $\lim\limits_{x\to1^+} f(x)$ ; $\lim\limits_{x\to1^-} f(x)$
   $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$.

   c) Préciser les asymptotes à $(\varphi)$ .

   d) Déterminer $f\left(]-\infty,-2]\right)$ et $f\left(]1,+\infty[\right)$

2. a) Dresser le tableau de variation de $f$.

   b) Comparer $f\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ et $f\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$.

3. Répondre par vrai ou faux en justifiant.

   a) $f$ est continue sur $[-2,1[$.

   b) 4 est un majorant de $f$.

4. Soit $m$ un réel . Discuter suivant $m$ le nombre de solutions de l'équation $f(x)=m$.

## Exercice N°2 (5 points)

Soit la fonction $f$ définie par : $f(x)=\dfrac{x^2-3x+2}{x^2-5x+6}$ .

1. Déterminer le domaine de définition de $f$.

2. a) Déterminer $\lim\limits_{x\to2} f(x)$.

   b) En déduire que $f$ admet en 2 un prolongement par continuité que l'on précisera .

3. Montrer que pour tout $x\in\mathbb{R}\setminus\{2\}$ . $f(x)=1+\dfrac{2}{x-3}$.

4. a) Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$.

   b) Interpréter graphiquement le résultat .

5. a) Calculer $\lim\limits_{x\to3^+} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to3^-} f(x)$.

   b) Interpréter graphiquement le résultat .

## Exercice N°3 (3 points)

Soit la fonction $g$ définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = \begin{cases} \dfrac{x-1}{x-5} & ; \quad \text{si } x \leqslant 2 \\ \dfrac{3-\sqrt{2x+5}}{x-2} & ; \quad \text{si } x > 2 \end{cases}$

.

1) a) Calculer $\lim\limits_{x \to 2^-} g(x)$.

b) Montrer que pour tout $x > 2$ ; $g(x) = \dfrac{-2}{3+\sqrt{2x+5}}$.

c) Montrer que la fonction $g$ est continue en 2

2) Montrer que $g$ est continue sur $\mathbb{R}$.

3) Pour tout $x \in \mathbb{R} \backslash \{2\}$ , on pose $h(x) = \dfrac{g(x)-g(2)}{x-2}$. Montrer que : $\lim\limits_{x \to 2^-} h(x) = -\dfrac{4}{9}$.

## Exercice N° 4 (7 points)

Le plan est orienté dans le sens direct .Soit $ABC$ un triangle rectangle et isocèle en $C$ tel que $\left(\widehat{\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{CB}}\right) \equiv \dfrac{\pi}{2}\,[2\pi]$ ; $ACD$ un triangle équilatéral direct

et $BCE$ un triangle isocèle en $B$ tel que $\left(\widehat{\overrightarrow{BE}, \overrightarrow{BC}}\right) \equiv \dfrac{-16\pi}{3}\,[2\pi]$

1) $-\dfrac{43\pi}{3}$ est elle une mesure de l'angle $\left(\overrightarrow{BE}, \overrightarrow{BC}\right)$?

2) a) Montrer que $\dfrac{2\pi}{3}$ est la mesure principale de l'angle $\left(\overrightarrow{BE}, \overrightarrow{BC}\right)$

b) Déterminer la mesure principale de chacun des angles suivants :
$\left(\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BE}\right)$ ; $\left(\overrightarrow{EB}, \overrightarrow{DA}\right)$ et $\left(\overrightarrow{CB}, \overrightarrow{CE}\right)$.

3) Montrer que les points $D$ , $C$ et $E$ sont alignés .

4) Soient deux points $F$ et $G$ tels que :
$\left(\widehat{\overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AF}}\right) \equiv \dfrac{\pi}{6}\,[2\pi]$ et $\left(\widehat{\overrightarrow{DC}, \overrightarrow{DG}}\right) \equiv \dfrac{\pi}{3}\,[2\pi]$
Montrer que $(AF) \perp (DG)$.

5) On considère le cercle $(\varphi)$ circonscrit au triangle $ABC$
et $N$ un point de l'arc orienté $\widehat{AB} \backslash \{A, B\}$.
Déterminer la mesure principale de l'angle $\left(\overrightarrow{NB}, \overrightarrow{NC}\right)$