LYCÉE OUED ELLIL

❀ ❀ ❀ ❀ ❀

DEVOIR DE SYNTHÈSE N° 1

MATHÉMATIQUES

CLASSES : 3$^{\text{IEME}}$ ANNÉE SECONDAIRE

SECTION : SCIECES EXPÉRIMENTALES

DURÉE : 2 HEURES

PROF : BELLASSOUED MOHAMED

❀ ❀ ❀

ANNÉE SCOLAIRE : 2017-2018

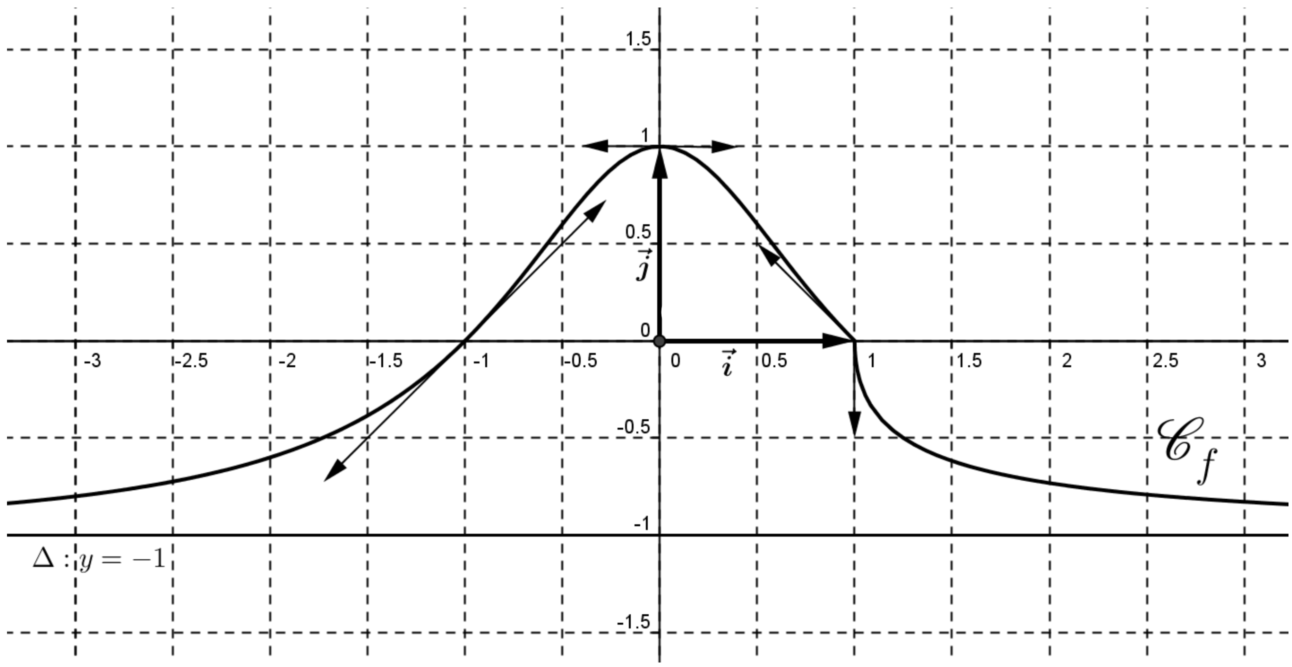
EXERCICE 1:5 POINTS

BAREME

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$

Dans la figure 1 si dessous on a :

- $\mathscr{C}_f$ est la courbe représentative d'une fonction f définie sur $\mathbb{R}$
- La droite $\Delta : y=-1$ est asymptote horizontale a la courbe $\mathscr{C}_f$ au voisinage de $+\infty$ et $-\infty$
- $\mathscr{C}_f$ possède deux tangentes aux points d'abscisses -1 et 0 et deux demi-tangentes au point d'abscisse 1



On utilisant le graphique répondre aux questions suivantes :

1-Déterminer $f'(0)$ et $f'(-1)$ — 1

2-Donner une approximation affine des réels $f(0.001)$ et $f(-1.001)$ — 0.5

3- Déterminer $\lim\limits_{x\to 1^-}\left(\frac{f(x)}{x-1}\right)$; $\lim\limits_{x\to 1^-}\left(\frac{f(x)}{x^2-1}\right)$; $\lim\limits_{x\to 1^+}\left(\frac{f(x)}{x-1}\right)$ et $\lim\limits_{x\to +\infty}\left(\frac{1}{f(x)+1}\right)$ — 2

4-Déterminer les intervalles sur les quelles f est dérivable. — 0.5

5-On considère la fonction g définie par $g=|f|$

Déterminer **on justifiant** le domaine de dérivabilité de g — 1

EXERCICE 2 :4,5 POINTS

Le plan est muni d'un un repère orthonormé direct $(O,\vec{i},\vec{j})$

On considère les points $A(2;0)$, $B(\sqrt{3};1)$ et le point C vérifiant $\overrightarrow{OC}=\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}$

1-Déterminer les coordonnées polaires du point B — 0,5

2-a-Placer les points A, B et C dans le repère $(O,\vec{i},\vec{j})$ — 1

b- Déterminer les coordonnées cartésiennes du point C. — 0.25

3-a-Montrer que le quadrilatère OACB est un losange — 0,5

b-Montrer que $OC=\sqrt{6}+\sqrt{2}$ — 0,5

c-Déterminer les coordonnées polaires de C. — 0,75

d- En déduire alors que : $\cos\frac{\pi}{12}=\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$ et $\sin\frac{\pi}{12}=\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$ — 1

EXERCICE 3 : 6.5 POINTS

BAREME

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}\setminus\{1\}$ par : $\begin{cases} f(x)=\dfrac{x^2+x+2}{x-1} & \text{si } x\in[-3,+\infty[\setminus\{1\} \\ f(x)=\sqrt{x^2-9}-2 & \text{si } x\in]-\infty,-3[\end{cases}$

On désigne par $\mathscr{C}_f$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1- Montrer que f est continue en -3. 0,5

2- Déterminer $\lim\limits_{x\to1^-} f(x)$; $\lim\limits_{x\to1^+} f(x)$. Interpréter graphiquement les résultats. 1

3- Etudier la dérivabilité de f en -3. Interpréter graphiquement les résultats. 1,5

4- Calculer $f'(x)$ sur les intervalles où f est dérivable 1,5

5- Donner l'équation de la tangente T à $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse 0 0,5

6- Montrer que les droites $\Delta : y = x+2$ et $\Delta' : y=-x-2$ sont deux asymptotes obliques à $\mathscr{C}_f$ au voisinage de $+\infty$ et $-\infty$ respectivement 1,5

EXERCICE 4 : 4.5 POINTS

<u>Les deux questions sont indépendantes</u>

1-a- Soit x un réel différent de $\dfrac{\pi}{2}+k\pi$, $k\in\mathbb{Z}$. Montrer que $\dfrac{1-\cos 2x}{\sin 2x}=\tan x$ 1

b-En déduire que $\tan(\dfrac{\pi}{8})=\sqrt{2}-1$ et $\tan(\dfrac{\pi}{12})=2-\sqrt{3}$ 0,5

2-a-Etablir la relation $\sin(a+b)+\sin(a-b)=2\sin a\cdot\cos b$ 0,75

b-En déduire que $2\sin\dfrac{\pi}{7}\left(\cos\dfrac{\pi}{7}+\cos\dfrac{3\pi}{7}+\cos\dfrac{5\pi}{7}\right)=\sin\dfrac{6\pi}{7}$ 1,5

c- Montrer alors que $\cos\dfrac{\pi}{7}-\cos\dfrac{2\pi}{7}+\cos\dfrac{3\pi}{7}=\dfrac{1}{2}$ 0,75