Exercice n°1 (6pts)

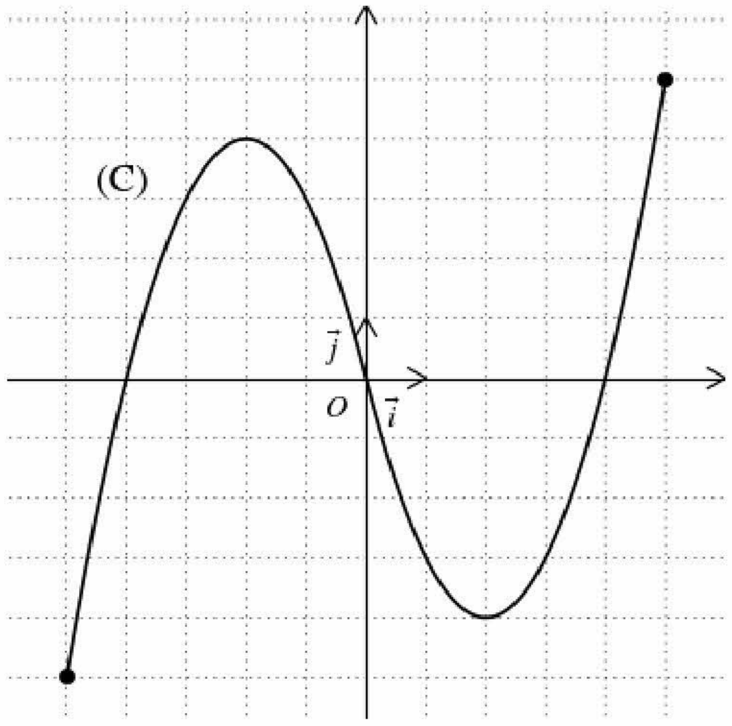
On note f la fonction définie par sa représentation graphique, ci-contre, (C) dans un repère orthonormé $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$ du plan.

1. Quel est l'ensemble de définition D de f ?

2. Déterminer graphiquement, f(-3) et f(2).

3. Déterminer graphiquement les antécédents éventuels de -3 par la fonction f.

4. Donner les variations de la fonction f.



5. a) Déterminer le signe de f(x) sur D.
   b) En déduire l'ensemble de définition D' de la fonction g définie par $g(x)=\sqrt{f(x)}$.
6. Déterminer graphiquement le minimum de f sur [-4, 5] et en quelle valeur il est atteint ?
7. Déterminer graphiquement le maximum de f sur [-5, 3] et en quelle valeur il est atteint ?

8. On suppose que pour tout x de D, $f(x)=x.|x|-4x$.
   Montrer que f est impaire.

Exercice n°2 (5pts)

Soit la suite U définie par $\begin{cases} U_0=1 \\ U_{n+1}=\frac{1}{2}U_n-1, \quad n\in\mathbb{N} \end{cases}$

1/ Calculer U_1 et U_2. En déduire que la suite U n'est ni arithmétique ni géométrique.

2/ Soit la suite V définie par $V_n=U_n+2$, pour tout n de $\mathbb{N}$.
   a- Montrer que V est une suite géométrique dont on précisera le premier terme et la raison.
   b- Exprimer V_n puis U_n en fonction de n.

3/ On pose $S_n=V_0+V_1+\cdots+V_{n-1}$ et $S'_n=U_0+U_1+\cdots+U_{n-1}$ où $n\in\mathbb{N}^*$
   Calculer S_n puis S'_n en fonction de n.

4/ Déterminer la plus petite valeur n_0 de n pour laquelle $|S_n-6|<0,006$

Exercice n°3 (5pts)

Soit ABC un triangle rectangle en B de sens direct et tel que $B\hat{A}C = \frac{\pi}{3}$.

On désigne par O le milieu de [AC].

1/ a- Construire le point D image de O par la rotation indirecte de centre C et d'angle $\frac{\pi}{3}$.

b- Montrer que le quadrilatère ABCD est un rectangle.

2/ La bissectrice de l'angle $B\hat{A}C$ coupe le segment [BC] en I.

On désigne par R la rotation directe de centre I et d'angle $\frac{2\pi}{3}$.

Montrer que $R(C) = A$ et $R(O) = B$

3/ Les cercles $\mathcal{C}$ et $\mathcal{C}'$ de centres respectifs O et B et qui passent par A se recoupent en E.

Montrer que les points A, I et E sont alignés.

Exercice n°4 (4pts)

Soit f la fonction définie sur $[0,+\infty[$ par $f(x) = x^3 - 3x$.

1/ Etudier le sens de variation de f sur chacun des intervalles $[0,1]$ et $[1,+\infty[$.

2/ En déduire que f admet sur $[0,+\infty[$ un extremum que l'on précisera.

Soit ABC un triangle rectangle en B de sens direct et tel que $B\hat{A}C = \frac{\pi}{3}$.

On désigne par O le milieu de [AC].

1/ a- Construire le point D image de O par la rotation indirecte de centre C et d'angle $\frac{\pi}{3}$

b- Montrer que le quadrilatère ABCD est un rectangle.

2/ La bissectrice de l'angle $B\hat{A}C$ coupe le segment [BC] en I.

On désigne par R la rotation directe de centre I et d'angle $\frac{2\pi}{3}$.

Montrer que $R(C) = A$ et $R(O) = B$

<u>Exercice n°4</u> (4pts)

Soit la suite U définie par $\begin{cases} U_0 = 1 \\ U_{n+1} = \frac{1}{2}U_n - 1, \quad n \in \mathbb{N} \end{cases}$

1/ Calculer U_1 et U_2. En déduire que la suite U n'est ni arithmétique ni géométrique.

2/ Soit la suite V définie par $V_n = U_n + 2$, pour tout n de $\mathbb{N}$.

a- Montrer que V est une suite géométrique dont on précisera le premier terme et la raison.

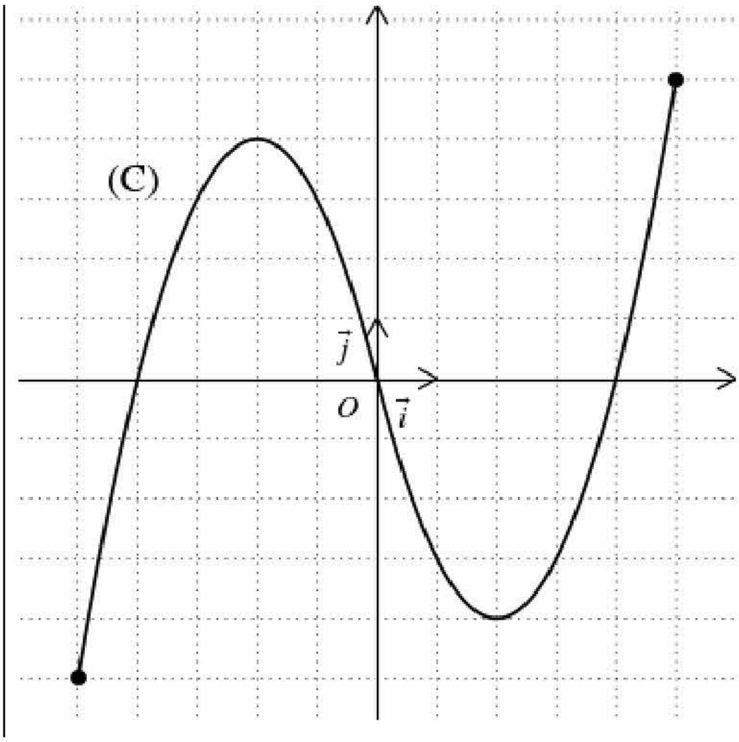
b- Exprimer V_n puis U_n en fonction de n.

3/ On pose $S_n = V_0 + V_1 + \cdots + V_{n-1}$ et $S'_n = U_0 + U_1 + \cdots + U_{n-1}$ où $n \in \mathbb{N}^*$

Calculer S_n puis S'_n en fonction de n.

4/ Déterminer la plus petite valeur n_0 de n pour laquelle $|S_n - 6| < 0,006$

On note f la fonction définie par sa représentation graphique, ci-contre, (C) dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$ du plan.



1. Quel est l'ensemble de définition D de f ?

2. Déterminer graphiquement, f(-3) et f(2).

3. Déterminer graphiquement les antécédents éventuels de -3 par la fonction f.

4. Donner les variations de la fonction f.

5. a) Déterminer le signe de f(x) sur D.

b) En déduire l'ensemble de définition D' de la fonction g définie par $g(x) = \sqrt{f(x)}$.

6. Déterminer graphiquement le minimum de f sur [-4, 5] et en quelle valeur il est atteint ?

7. Déterminer graphiquement le maximum de f sur [-5, 3] et en quelle valeur il est atteint ?

8. On suppose que pour tout x de D, $f(x) = x.|x| - 4x$.

Montrer que f est impaire.