

Exercice N°3 (6 points)

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R} \setminus \{5\}$ par $f(x) = \frac{4}{5-x}$

1°) a) Montrer que f est dérivable sur $\mathbb{R} \setminus \{5\}$

b) Calculer $f'(x)$

c) Dresser le tableau de variation de f

d) Montrer que $f([1, 4]) = [1, 4]$

e) Tracer dans un repère orthonormé (O, I, J) la courbe de f sur $[1, 4]$

2°) Soit la suite (a_n) définie sur \mathbb{N} par :
$$\begin{cases} a_0 = 3 \\ a_{n+1} = \frac{4}{5-a_n} \end{cases}$$

a) Montrer par récurrence que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $1 \leq a_n \leq 4$

b) Montrer que la suite (a_n) est décroissante

c) En déduire que la suite (a_n) est convergente

Exercice N°4 (6 points)

Espace étant rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$

On désigne par $A(1, 0, 2)$; $B(0, 2, 1)$ et $C(1, 2, 3)$

1°) a) Montrer que les points A , B et C ne sont pas alignés .

b) Déduire que l'équation du plan \mathcal{P} passant par les points A , B et C est $\mathcal{P} : 4x + y - 2z = 0$

2°) Soit \mathcal{Q} le plan passant par les points A et B et perpendiculaire au plan \mathcal{P}

Montrer que \mathcal{Q} a pour équation $\mathcal{Q} : x + 2y + 3z - 7 = 0$

3°) Soit \mathcal{R} le plan passant par le point C et parallèle à \mathcal{Q}

a) Déterminer l'équation cartésienne du plan \mathcal{R}

b) Déterminer une représentation paramétrique de la droite D d'intersection de \mathcal{P} et \mathcal{R}

c) Déduire la position relative des droites D et (AB) .