

DEVOIR DE SYNTHESE N°3

Durée 3h

Mr : Orfi Raouf

3^{ème} SC₁**Exercice N°1** (2.5 points)

Pour chacune des questions suivantes une seule des trois réponses proposées est exacte. Indiquer le numéro de la question et la lettre correspondante à la réponse choisie.

1) La forme exponentielle de $-1 - i\sqrt{3}$ est

a) $2e^{-i\frac{\pi}{3}}$

b) $2e^{i\frac{4\pi}{3}}$

c) $2e^{i\frac{2\pi}{3}}$

2) Le conjugué de $1 + e^{i\frac{\pi}{6}}$

a) $1 - e^{i\frac{\pi}{6}}$

b) $1 + e^{-i\frac{\pi}{6}}$

c) $-1 + e^{i\frac{\pi}{6}}$

3) $\lim_{n \rightarrow +\infty} (\sqrt{2})^n$ est

a) $+\infty$

b) $-\infty$

c) 0

4) $u_n = \sqrt{1+n+n^2}$ a) u_n est croissanteb) u_n est décroissantec) u_n est non monotone5) Une pièce de monnaie est telle que la probabilité d'obtenir le côté face est égale à $\frac{1}{3}$

On lance 4 fois de suite cette pièce. Quelle est la probabilité d'obtenir aucun fois le côté face?

a) $\frac{4}{81}$

b) $\frac{1}{81}$

c) $\frac{16}{81}$

Exercice N°2 (6 points)

Soit la suite numérique U_n ; $n \in \mathbb{N}^*$ définie par :

$$\begin{cases} U_1 = 1/2 \\ U_{n+1} = \frac{n+1}{2n} U_n \end{cases}$$

1) Calculer U_2 2) Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}^*$; $0 \leq U_{n+1} \leq \frac{1}{2}$ 3) Montrer que la suite (U_n) est décroissante. Conclure4) Montrer que la suite (V_n) définie sur \mathbb{N}^* par : $V_n = \frac{U_n}{n}$ est une suite géométrique dont on

précisera la raison et le premier terme

5) Exprimer V_n en fonction de n puis en déduire que $U_n = n\left(\frac{1}{2}\right)^n$

6)a) Montrer par récurrence que pour tout $n \geq 4$ on a : $2^n \geq n^2$

b) En déduire $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n$

Exercice N°3 (5.5 points) _

Le plan complexe P est rapporté à un repère orthonormé (o, \vec{i}, \vec{j})

On considère les points A, B et C d'affixes respectives : $z_A = -2 + 2i$, $z_B = 1 + 3i$ et $z_C = 2$.

1) Placer les points A, B et C dans le plan complexe

2) a. Calculer $|z_A - z_B|$, $|z_B - z_C|$ et $|z_A - z_C|$.

b. En déduire la nature du triangle ABC

3) Déterminer l'affixe du point D tel que ABCD soit un carré.

4) Déterminer et construire l'ensemble E des points M d'affixe z tel que : $|z + 2 - 2i| = 1$.

Exercice N°4 (6 points)

Une urne contient 8 boules indiscernables au toucher, 5 rouges et 3 sont noires.

1) On tire au hasard simultanément 3 boules de l'urne.

a) Déterminer la probabilité de tirer 3 boules noires

b) Déterminer La probabilité de tirer 3 boules de la même couleur

2) On tire successivement et sans remise deux boules de l'urne

Calculer la probabilité de l'évènement suivant :

A : « obtenir deux jetons de couleurs différentes »

3) On tire au hasard une boule dans l'urne, on note sa couleur, on la remet dans l'urne ; on procède ainsi à 5 tirages successifs et deux à deux indépendants.

a) La probabilité d'obtenir 5 fois une boule noire est :

A. $\left(\frac{3}{8}\right)^3 \times \left(\frac{5}{8}\right)^3$

B. $\left(\frac{3}{8}\right)^5$

C. $\left(\frac{1}{5}\right)^5$

b) La probabilité d'obtenir 2 boules noires et 3 boules rouges est :

A. $\left(\frac{5}{8}\right)^3 \times \left(\frac{3}{8}\right)^3$

B. $2 \times \frac{5}{8} + 3 \times \frac{3}{8}$

C. $10 \times \left(\frac{5}{8}\right)^3 \times \left(\frac{3}{8}\right)^2$