

<i>Lycée Houmet Souk</i>	<i>Devoir de Contrôle N : 3</i>	<i>3 Sciences Exp 3</i>
<i>Prof : Loukil Mohamed</i>	<i>Durée : 2 Heures</i>	<i>20 - 04 - 2017</i>

EXERCICE N : 1 (5.5 points)

Une urne contient **neuf** jetons , trois blancs numérotés 1 , 2 , 2 , quatre rouges numérotés 1 , 1 , 2 , 3 et deux noirs numérotés 1 , 1 .

1) On tire au hasard et **simultanément trois** jetons de l'urne .

Déterminer les cardinaux des ensembles suivants :

- a) **A** : Obtenir trois jetons de même couleur .
- b) **B** : Obtenir trois jetons portant des numéros impairs .
- c) **C** : Obtenir au moins un jeton rouge .
- d) **D** : Obtenir un seul jeton rouge et exactement deux jetons portant des numéros impairs .

2) On tire **successivement et sans remise quatre** jetons de l'urne .

Déterminer les cardinaux des ensembles suivants :

- a) **E** : Obtenir exactement deux jetons noirs .
- b) **F** : le premier jeton tiré est blanc .
- c) **G** : La somme des numéros obtenus est égal à 6 .

3) On tire **successivement et avec remise trois** jetons de l'urne .

Déterminer le cardinal de l'ensemble suivant : **H** : Obtenir un tirage tricolore .

EXERCICE N : 2 (5 points)

Soit la suite réelle (U_n) définie sur \mathbb{N} par :

$$\begin{cases} U_0 = 0 \\ U_{n+1} = \frac{2}{2\sqrt{2} - U_n} \end{cases}$$

1) Montrer par récurrence que pour tout $n \in \mathbb{N}$ on a : $U_n < \sqrt{2}$.

2) a) Montrer que la suite (U_n) est croissante sur \mathbb{N} .

b) (U_n) est elle convergente ? justifier la réponse .

3) Soit la suite (V_n) définie sur \mathbb{N} par : $V_n = \frac{U_n}{\sqrt{2} - U_n}$.

a) Vérifier que pour tout $n \in \mathbb{N}$; $V_{n+1} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2} - U_n}$

b) Montrer que (V_n) est une suite arithmétique de raison $r = 1$.

c) Exprimer V_n en fonction de n .

d) Dédurre que pour tout $n \in \mathbb{N}$; $U_n = \frac{n\sqrt{2}}{n+1}$.

e) Calculer alors $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n$.

EXERCICE N : 3 (9.5 points)

Soit la fonction f_m définie sur \mathbb{R} par : $f_m(x) = m x^4 - 2 x^3 + (3 - 2 m) x^2 + m$

où m paramètre réel . On désigne par (C_m) la courbe représentative de f_m dans le repère orthonormé $R(O, \vec{i}, \vec{j})$ (unité 2 cm)

A) 1) a) Montrer que pour tout réel x ; $f_1'(x) = 2x(2x-1)(x-1)$.

b) Dresser le tableau de variations de f_1 .

2) Soit l'équation : $(E_a) x^4 - 2x^3 + x^2 + 1 = a$ où a est un paramètre réel .

En utilisant le tableau de variations de f_1 , déterminer les valeurs de a pour que (E_a) admet exactement quatre solutions .

3) Montrer que la droite $\Delta : x = \frac{1}{2}$ est un axe de symétrie de (C_1) .

B) Dans toute la suite on prend : $m = 0$, on note : f_0 par f et (C_0) par (Cf)

1) Dresser le tableau de variations de f .

2) a) Montrer que le point $\Omega \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2} \right)$ est un point d'inflexion pour (Cf) .

b) Donner une équation cartésienne de la tangente (T) à (Cf) au point Ω .

3) Résoudre dans \mathbb{R} l'équation : $f(x) = 0$

4) Tracer (T) et (Cf) dans le repère R .

C) Soit la fonction g définie sur \mathbb{R} par : $g(x) = 2|x|^3 + 3x^2$.

a) Etudier la parité de g .

b) Tracer (Cg) à partir de (Cf) , expliquer .

