LYCÉE OUED-ELLIL

DEVOIR DE CONTROLE N° 4 - MATHÉMATIQUES

CLASSE : 3$^{\text{IÈME}}$ SECONDAIRE / SECTION: SCIENCES EXPÉRIMENTALES

DURÉE : DEUX HEURES

POF :BELLASSOUED MOHAMED /ANNÉE SCOLAIRE 2017-2018

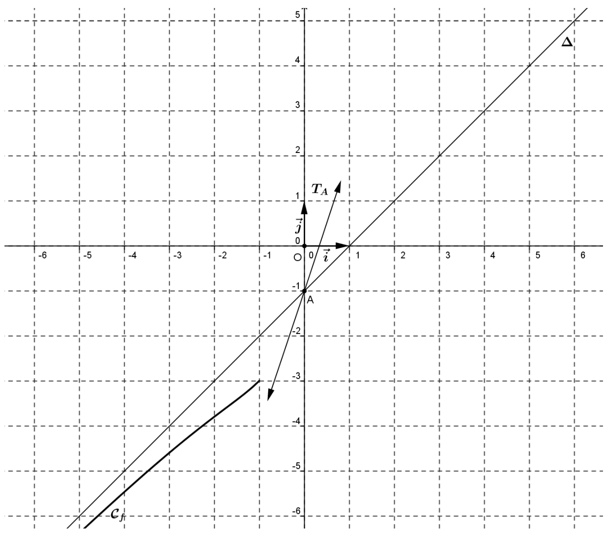
BAREME

EXERCICE N° 1: 8.5POINTS

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x)=x-1+\dfrac{2x}{x^2+1}$

On désigne par $\mathscr{C}_f$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1-a-Vérifier que f est dérivable sur $\mathbb{R}$ puis montrer que $f'(x)=\dfrac{x^4+3}{(x^2+1)^2}$	1
b-Déterminer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$	0,5
c-Dresser le tableau de variations de f	0,75
2-Montrer que la droite $\Delta : y=x-1$ est une asymptote à $\mathscr{C}_f$	0,5
3-Montrer que le point $A(0,-1)$ est centre de symétrie pour la courbe $\mathscr{C}_f$	0,75
4-a-Vérifier que l'équation de la tangente T_A à $\mathscr{C}_f$ au point A est $T_A:\ y=3x-1$	0,25
b-Préciser la position de la courbe $\mathscr{C}_f$ par rapport a T_A	0,5
5-Montrer que pour tout réel x : $x-2\leqslant f(x)\leqslant x$	1
6- Montrer que les droites $\mathscr{D}: y=x-2$ et $\mathscr{D}': y=x$ sont tangents à $\mathscr{C}_f$ aux points B(-1,-3) et C(1,1) respectivement .	0,5
7-Tracer sur la figure 2 de la feuille annexe les deux droites $\mathscr{D}$ et $\mathscr{D}'$, puis compléter la courbe $\mathscr{C}_f$	1
8-Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x)=f(\lvert x\rvert)$	
a-Vérifier que g est paire	0,25
b-Tracer dans le même repère la courbe $\mathscr{C}_g$ de la fonction g à partir de la courbe $\mathscr{C}_f$	0,5
c-Vérifier graphiquement puis justifier par le calcul que g n'est pas dérivable en 0	1



EXERCICE 2: 6 POINTS

BAREME

L'espace est rapporté a un repère orthonormé $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$

On considère les points $A(2;1;0)$, $B(1;2;2)$, $C(3;3;1)$ et $I(1;3;0)$

1- a- Montrer que les points A , B et C déterminent un plan $\mathscr{P}$ — 0,5

b- Donner une équation paramétrique du plan $\mathscr{P}$ — 0,75

c- Vérifier qu'une équation cartésienne du plan $\mathscr{P}$ est : $x-y+z-1=0$ — 1

d- Vérifier que le point I n'appartient pas au plan $\mathscr{P}$ — 0,25

2- Soit $\mathscr{D}$ la droite passant par I et perpendiculaire à $\mathscr{P}$

a- Vérifier qu'une équation paramétrique de la droite $\mathscr{D}$ est : $\begin{cases} x=1+\alpha \\ y=3-\alpha \quad ;\alpha\in\mathbb{R} \\ z=\alpha \end{cases}$ — 0,5

b- Soit G le point d'intersection du plan $\mathscr{P}$ et droite $\mathscr{D}$

Montrer que G à pour coordonnées $(2;2;1)$ — 0,75

c- Vérifier que G est le centre de gravité du triangle ABC . — 0,5

3- a- Donner une équation cartésienne du plan $\mathscr{Q}$ passant par I et parallèle à $\mathscr{P}$ — 0,75

b- Donner les équations cartésiennes des plan $\mathscr{P}$ et $\mathscr{Q}$ dans le repère $(G,\overrightarrow{GA},\overrightarrow{GB},\overrightarrow{GI})$ — 1

EXERCICE 3: 5.5 POINTS

On considère la suite (U_n) définie sur $\mathbb{N}^*$ par $U_1=2$ et pour tout $n\in IN$: $U_{n+1}=\dfrac{2U_n+3}{U_n+4}$.

1- a- Calculer U_2 et U_3 — 0,5

b- En déduire que la suite (U_n) n'est ni arithmétique , ni géométrique — 0,5

2- a- Montrer par récurrence que pour tout $n\in\mathbb{N}^*$, $1\leq U_n\leq 2$ — 1

b- Montrer que la suite (U_n) est décroissante — 1

3- Soit la suite (V_n) définie sur $\mathbb{N}^*$ par $V_n=\dfrac{U_n-1}{U_n+3}$

a- Montrer que la suite (V_n) est géométrique de raison $q=\dfrac{1}{5}$ — 1

b- Exprimer V_n puis U_n en fonction de n . Déterminer $\lim\limits_{n\to+\infty}V_n$ puis $\lim\limits_{n\to+\infty}U_n$

4- On pose $S_n=U_1+U_2+\cdots\cdots\cdots\cdots+U_{n-1}+U_n$

Montrer que $S_n=\dfrac{1}{4}\left[1-\left(\dfrac{1}{5}\right)^n\right]$ puis calculer $\lim\limits_{n\to+\infty}S_n$ — 1,5

FEUILLE ANNEXE A RENDRE AVEC LA COPIE

NOM PRENOM CLASSE : 3ieme SCIENCES EXP

EXERCICE 4: