Prof : Zaeid .A / Douma .A 3ème Sciences 24/02/2023

Devoir de contrôle N°2

Lycée Ghraiba durée 2 heures

Exercice N° 1(7 points)

dans la figure ci-dessous , $\left(O, \vec{i}, \vec{j}\right)$ est un repère orthonormé du plan .(φ) est la courbe représentative d'une fonction f définie sur $]-1, +\infty[$.

★ la droite d'équation $x = -1$ est une asymptote à (φ) .

★ la droite (D) est une asymptote à (φ) au voisinage de $+\infty$.

★ la courbe (φ) admet une tangente horizontale au point d'abscisse 1 et une tangente au point d'abscisse 0 passe par le point $A(-1, 5)$

1. a) Par lecture graphique déterminer $f(1)$, $f'(0)$ et $f'(1)$.

   b) Donner une approximation affine de $f(0.01)$

2. Dans cette question on pose : pour tout $x \in]-1, +\infty[$; $f(x) = \dfrac{x^2 + \alpha x + \beta}{x+1}$; ou α et β deux réels non nuls

   a) Montrer que pour tout $x \in]-1, +\infty[$; $f'(x) = \dfrac{x^2 + 2x + \alpha - \beta}{(x+1)^2}$.

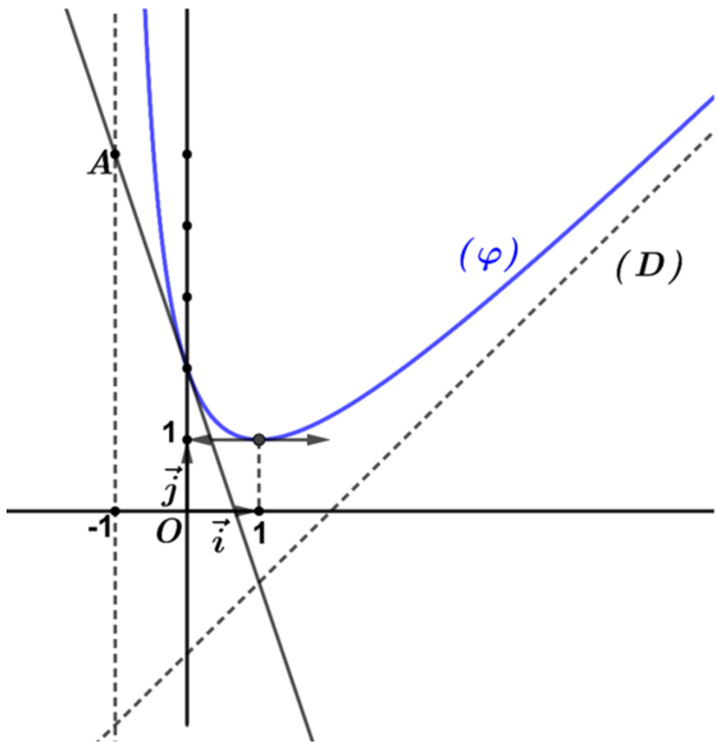
   b) Déterminer les deux réels α et β.

3. Dans cette question on suppose que pour tout $x \in]-1, +\infty[$; $f(x) = \dfrac{x^2 - x + 2}{x+1}$.

   a) Calculer $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{f(x)}{x}$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) - x$.

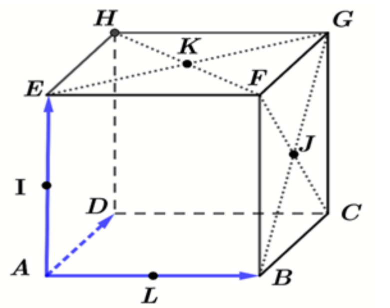
   b) Déduire l'équation de la droite (D) .

   c) Montrer qu'il existe une unique tangente à (C_f) parallèle à la droite d'équation : $x + y + 1 = 0$



Exercice N° 2 (3 points)

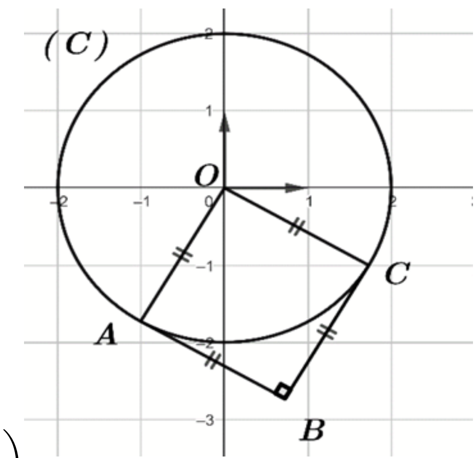
$ABCDEFGH$ est le cube représenté ci contre . I, J, K et L sont les milieux respectifs des segments $[AE]$, $[BG]$, $[EG]$ et $[AB]$.
On se place dans le repère $(A, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AE})$.



1. Quelles sont les coordonnées des points I, J, K et L ?
2. Montrer que les vecteurs $\overrightarrow{IJ}, \overrightarrow{IK}$ et $\overrightarrow{IL}$ sont coplanaires .
3. Qu'en déduit-on sur les points I, J, K et L

Exercice N° 3(5 points)

Le plan est rapporté à un repère orthonormé $\left(O, \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j}\right)$ .On considère la cercle (C) de centre O et de rayon 2 et les points $A\left(2, \dfrac{-2\pi}{3}\right)$ et $C\left(2, \dfrac{-\pi}{6}\right)$



1. a) Montrer que $(\widehat{\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OC}}) \equiv \dfrac{\pi}{2}\,[2\pi]$.
   b) Soit le point B tel que $OABC$ est un carré .
   Donner les coordonnées polaires de B .
2. a) Donner les coordonnées cartésiennes de A et C .
   b) Montrer que $B\left(\sqrt{3}-1, -1-\sqrt{3}\right)$.
   c) En déduire les valeurs exactes de $\cos\left(\dfrac{5\pi}{12}\right)$ et $\sin\left(\dfrac{5\pi}{12}\right)$

Exercice N° 4(5 points)

Soit la fonction f définie par : $f(x) = 1 - \cos(2x) - \sin(2x)$.

1. a) Montrer que pour tout réel x , $f(x+\pi) = f(x)$.
   b) Calculer $f(\dfrac{5\pi}{12})$ et $f(\dfrac{3\pi}{8})$.
2. a) Montrer que pour tout réel x , $\cos x - \sin x = \sqrt{2}\cos\left(x + \dfrac{\pi}{4}\right)$.
   b) En déduire que pour tout réel x, $f(x) = -2\sqrt{2}\sin(x)\cos\left(x+\dfrac{\pi}{4}\right)$.
   c) Calculer $\sin\dfrac{5\pi}{12}$.
3. Soit la fonction g définie par : $g(x) = \dfrac{f(x)}{\sin 2x}$
   a) Déterminer le domaine de définition de g .
   b) Montrer que pour tout réel $x \in D_g$, on a $g(x) = \dfrac{-\sqrt{2}\cos\left(x+\dfrac{\pi}{4}\right)}{\cos x}$.
   c) Résoudre dans $]-\pi, \pi[$ l'équation : $g(x) = -\sqrt{2}$