

Exercice N°1

Soit la fonction f définie par : $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x^2 + 6x} - x - 1 & \text{si } x \geq 2 \\ \frac{x^2 + mx + 2}{x-2} & \text{si } x < 2 \end{cases}$

1°) Déterminer le domaine de définition de f

2°) Calculer $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

3°) Montrer que f est dérivable sur $]-\infty, 2[$ et que pour $x \in]-\infty, 2[$, $f'(x) = \frac{x^2 - 4x - 2m - 2}{(x-2)^2}$

4°) a) Déterminer m pour que la tangente au point d'abscisse 1 soit d'équation $y = x$

b) Déterminer m pour que f soit continue en 2

5°) On prend dans la suite $m = -3$

a) Etudier la dérivabilité de f en 2 et interpréter graphiquement le résultat

b) Montrer que f est dérivable sur $]2, +\infty[$ et que pour $x \in]2, +\infty[$, $f'(x) = \frac{x+3}{\sqrt{x^2+6x}} - 1$

Exercice N°2

Soit le nombre complexe $Z = \frac{\sqrt{3}-i}{\sqrt{3}+i}$

1°) Ecrire sous forme algébrique les nombres Z ; iZ ; Z^2 et Z^3

2°) Soit $U = \frac{\sqrt{3}-i}{\sqrt{3}+i} + \frac{\sqrt{3}+i}{\sqrt{3}-i}$ montrer que U est un réel

3°) a) Vérifier que $(z+1)^2 + 1 = z^2 + 2z + 2$ b) Résoudre dans \mathbb{C} l'équation $z^2 + 2z + 2 = 0$

4°) Le plan est rapporté à un repère complexe (O, \vec{u}, \vec{v})

a) Placer les points A , B et M d'affixes respectives : $z_A = 1 + i$ $z_B = -1 - i$ $z_M = \sqrt{3} - \sqrt{3}i$

b) Montrer que ABM est un triangle équilatéral

c) Montrer que ABO est un triangle rectangle

Exercice N°3

1°) Montrer que $\cos 4x - 3 \cos 2x + 2 = 2 \cos^2 2x - 3 \cos 2x + 1$

2°) Résoudre dans $[0, \pi]$ l'équation $\cos 4x - 3 \cos 2x + 2 = 0$

3°) Déterminer le domaine de définition de la fonction $f : [0, \pi] \rightarrow \mathbb{R}$; $x \mapsto \frac{\cos 4x - 3 \cos 2x + 2}{2 \cos 2x - 1}$

Exercice N°1 (10points)

Soit la fonction f définie par : $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x^2 - 4} & \text{si } x \leq -2 \\ \frac{x^2 + x - 2}{x} & \text{si } x > -2 \end{cases}$

- 1°) Déterminer le domaine de définition de f
- 2°) Montrer que f est continue en -2
- 3°) a) Calculer $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$
b) Calculer $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$. Interpréter graphiquement les résultats
- 4°) a) Etudier la dérivabilité de f en -2 (à gauche et à droite)
b) Interpréter graphiquement les résultats
- 5°) Montrer que $\Delta : y = x + 1$ est une asymptote à la courbe de f au voisinage de $+\infty$
- 6°) a) Montrer que f est dérivable sur $] -2, 0[\cup] 0, +\infty[$
b) Calculer pour $x \in] -2, 0[\cup] 0, +\infty[$, $f'(x)$

Exercice N°2 (5 points)

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé (O , \vec{u} , \vec{v})

On considère les points A , B et I d'affixes respectives $Z_A = \frac{\sqrt{3}}{2} + i\frac{3}{2}$; $Z_B = \frac{-3}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{3}$ et $Z_I = i$

- 1°) a) Montrer que A appartient au cercle de centre I et de rayon $R=1$
b) Dédire une construction des points A et B
- 2°) a) Calculer $Z_C = Z_A + Z_B$
b) Montrer que OACB est un carré

Exercice N°3 (5 points)

Soit $A(x) = \cos x - \sqrt{3} \sin x$ et $B(x) = 2 \cos 2x - 1$

- 1°) a) Calculer $A\left(\frac{\pi}{12}\right)$ et $B\left(\frac{\pi}{12}\right)$
b) Résoudre dans $] -\pi , \pi]$ l'équation $B(x) = 0$
- 2°) a) Montrer que $A(x) = 2 \sin\left(\frac{\pi}{6} - x\right)$
b) Résoudre dans $] -\pi , \pi]$ l'équation $A(x) = -1$