

**Exercice n° 1 : ( 6 points )**

- 1) Déterminer les valeurs du réel  $x$  pour les quelles les entités réelles  $A = \sqrt{\frac{x+1}{x}}$  et  $B = \frac{\sqrt{|x|-1}}{|x|-1}$  existent .
- 2) Montrer que pour tout  $x \in ]0, 1[$  :  $\frac{1}{x} \leq \sqrt{\frac{1+x^2}{x^2}} \leq \frac{\sqrt{2}}{x}$  . Dédurre que :  $10 \leq \sqrt{101} \leq 10\sqrt{2}$

**Exercice n° 2 : ( 8 points )**

Soit  $ABC$  un triangle .

- 1) Construire  $I$  le milieu de  $[AB]$  et  $E$  le barycentre des points  $(B, 3)$  et  $(C, 2)$  .
- 2) Soit  $G$  le barycentre des points  $(A, 3)$  et  $(E, 5)$  .
  - a) Montrer que  $G$  est le barycentre des points  $(A, 3)$  ,  $(B, 3)$  et  $(C, 2)$  .
  - b) Dédurre que  $G$  et  $C$  sont alignés .
- 3) Déterminer l'ensemble des points  $M$  du plan tels que :
  - a)  $8\|3\vec{MA} + 2\vec{MC}\| = 5\|3\vec{MA} + 5\vec{MC}\|$       b)  $\|3\vec{MA} + 3\vec{MB} + 2\vec{MC}\| = 8$
- 4) Dans le plan muni d'un repère orthonormé , on suppose que  $A(0,0)$  ,  $B(3,2)$  et  $C(3,1)$  .  $S$  est le centre de gravité du triangle  $ABC$  . Soit  $(\Omega)$  l'ensemble des points  $M(x,y)$  tels que :  $MS = -\frac{1}{3}MA$  . Vérifier que  $M \in (\Omega) \Leftrightarrow 2x^2 + 2y^2 + 4x + 2y - 5 = 0$  et déduire l'ensemble  $(\Omega)$  .

**Exercice n° 3 : ( 6 points )**

Dans une base de vecteurs  $(\vec{i}, \vec{j})$  , on considère  $\vec{u} \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}$  et  $\vec{v} = 2\vec{i} - \vec{j}$  .

- 1) Déterminer dans la base  $(\vec{i}, \vec{j})$  les coordonnées des vecteurs :  $\vec{w}_1 = \vec{u} + 2\vec{j}$  ,  $\vec{w}_2 = -\vec{i} + \vec{j}$  et  $\vec{w}_3 = 8\vec{i} - 2\vec{j}$  . Les vecteurs  $\vec{w}_1$  et  $\vec{w}_2$  sont-ils colinéaires ?
- 2) Montrer que  $(\vec{u}, \vec{v})$  est une base de vecteurs . Dédurre les coordonnées de  $\vec{w}_3$  dans la base  $(\vec{u}, \vec{v})$  .

*Il sera tenu compte de la rédaction et la bonne présentation de la copie .*