

Lycée : Souassi	<i>Devoir de Contrôle N°1</i>	Professeur : Fligène Wissem
Date : 19/10/2010		Epreuve : Mathématiques
Classe : 2 S ₁		Durée : 1 heure

- Il est recommandé de soigner la rédaction et la présentation de la copie -

Exercice 1 : (2 points)

Une mère de 37 ans a trois enfants âgés de 8, 10 et 13 ans.

Dans combien d'années l'âge de la mère sera-t-il égal à la somme des âges de ses enfants ?

Exercice 2 : (6 points)

Résoudre dans \mathbb{R} :

$$1) \frac{3x-1}{x} = \frac{3x}{x-2}$$

$$2) \sqrt{5x-4} > \sqrt{x+1}$$

$$3) \sqrt{|2x-4|} = 6$$

Exercice 3 : (4 points)

Soit ABC un triangle.

- 1) Construire les points E et F tels que $\overrightarrow{AE} = 3\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AF} = 3\overrightarrow{AC}$
- 2) Montrer que les vecteurs \overrightarrow{EF} et \overrightarrow{BC} sont colinéaires
- 3) On désigne par I et J les milieux respectifs des segments $[BC]$ et $[EF]$
 - a) Montrer que $\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{AF} = 6\overrightarrow{AI}$
 - b) En déduire que les points A, I et J sont alignés

Exercice 4 : (8 points)

Soit (O, \vec{i}, \vec{j}) un repère orthonormé du plan. (**Aucun schéma n'est demandé**)

On considère les points $A(0, 4)$; $B(-2, 0)$ et $C(6, 1)$.

- 1) Montrer que $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$ est une base de l'ensemble des vecteurs du plan
- 2)
 - a) Montrer que les vecteurs \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{AC} sont orthogonaux.
 - b) Déduire la nature du triangle ABC.
- 3) Soit $D(-6, 7)$. Les points A, C et D sont-ils alignés ?
- 4)
 - a) Calculer les distances BC et BD
 - b) Déduire que le point B appartient à la médiatrice du segment $[CD]$.

Correction

Exercice 1 :

Soit x le nombre d'années donc $x \in \mathbb{N}$

L'équation du problème est : $37 + x = (8 + x) + (10 + x) + (13 + x)$ (1 pt)

Donc $37 + x = 3x + 31$ sig $2x = 6$ sig $x = 3$ (1 pt)

Exercice 2 :

1) $\frac{3x-1}{x} = \frac{3x}{x-2}$. Cette équation existe ssi $x \neq 0$ et $x \neq 2$ (0,5 pt)

$$(3x-1)(x-2) = 3x^2 \text{ sig } 3x^2 - 6x - x + 2 = 3x^2 \text{ sig } -7x = -2 \text{ sig } x = \frac{-2}{-7} = \frac{2}{7}$$

$$S_{\mathbb{R}} = \left\{ \frac{2}{7} \right\} \text{ (1,5 pt)}$$

2) $\sqrt{5x-4} > \sqrt{x+1}$. Cette inéquation existe ssi $5x-4 \geq 0$ et $x+1 \geq 0$ ssi $x \geq \frac{4}{5}$ et $x \geq -1$
ssi $x \in \left[\frac{4}{5}, +\infty \right[\cap [-1, +\infty[$ ssi $x \in \left[\frac{4}{5}, +\infty \right[$ (1 pt)

$$\left(\sqrt{5x-4} \right)^2 > \left(\sqrt{x+1} \right)^2 \text{ sig } 5x-4 > x+1 \text{ sig } 4x > 5 \text{ sig } x > \frac{5}{4}$$

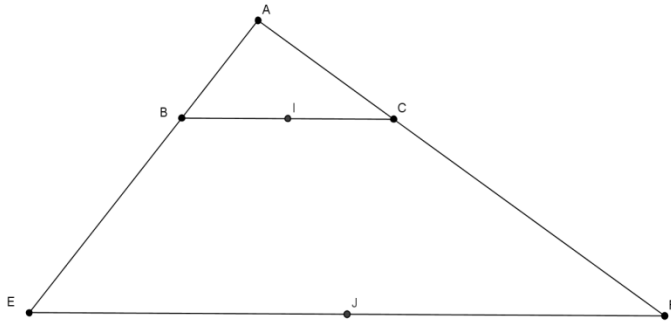
$$S_{\mathbb{R}} = \left] \frac{5}{4}, +\infty \right[\cap \left[\frac{4}{5}, +\infty \right[= \left] \frac{5}{4}, +\infty \right[\text{ (1 pt)}$$

3) $\sqrt{|2x-4|} = 6$ sig $\left(\sqrt{|2x-4|} \right)^2 = 6^2$ sig $|2x-4| = 36$ sig $2x-4 = 36$ ou $2x-4 = -36$ sig
 $2x = 40$ ou $2x = -32$ sig $x = 20$ ou $x = -16$

$$S_{\mathbb{R}} = \{20, -16\} \text{ (2 pt)}$$

Exercice 3 :

1) (1pt)



2) $\overrightarrow{EF} = \overrightarrow{EA} + \overrightarrow{AF} = 3\overrightarrow{BA} + 3\overrightarrow{AC} = 3(\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC}) = 3\overrightarrow{BC}$ donc \overrightarrow{EF} et \overrightarrow{BC} sont colinéaires (1pt)

3) a) $\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{AF} = 3\overrightarrow{AB} + 3\overrightarrow{AC} = 3(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}) = 3(2\overrightarrow{AI})$ ($\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{AI}$ puisque $I = B * C$)

donc $\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{AF} = 6\overrightarrow{AI}$ (1pt)

b) Puisque $J = E * F$ alors $\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{AF} = 2\overrightarrow{AJ}$ et comme $\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{AF} = 6\overrightarrow{AI}$ alors $2\overrightarrow{AJ} = 6\overrightarrow{AI}$ donc $\overrightarrow{AJ} = 3\overrightarrow{AI}$ d'où A, I et J sont alignés (1pt)

Exercice 4 :

1) $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix}$ donc $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} -2 \\ -4 \end{pmatrix}$

$$\overrightarrow{AC} \begin{pmatrix} 6 \\ -3 \end{pmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} -2 & 6 \\ -4 & -3 \end{vmatrix} = (-2) \times (-3) - (-4) \times 6 = 6 + 24 = 30 \neq 0 \text{ donc } \overrightarrow{AB} \text{ et } \overrightarrow{AC} \text{ ne sont pas colinéaires d'où } (\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$$

est une base de l'ensemble des vecteurs du plan (2 pt)

2) a) $(-2) \times 6 + (-4) \times (-3) = -12 + 12 = 0$ donc $\overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{AC}$ (1,5 pt)

b) ABC est un triangle rectangle en A (0,75 pt)

3) $\overrightarrow{AD} \begin{pmatrix} -6 \\ 3 \end{pmatrix}$ alors $\overrightarrow{AD} = -\overrightarrow{AC}$ donc \overrightarrow{AD} et \overrightarrow{AC} sont colinéaires (ils sont opposés plus exactement) donc A, C et D sont colinéaires (1,5 pt)

4) a) $BC = \sqrt{(6+2)^2 + (1-0)^2} = \sqrt{65}$ (0,75 pt)

$$BD = \sqrt{(-6+2)^2 + (7-0)^2} = \sqrt{65} \text{ (0,75 pt)}$$

b) $BC = BD$ donc B appartient à la médiatrice du segment $[CD]$ (0,75 pt)