LS :02/03/34 Goubellat Date :15/05/2017 Classe : 4^{eme} année Prof :Hamdi	**Devoir de synthèse N°2** Section: Sciences De L'informatique Epreuve: Mathématique Durée:3h Coefficient:3

EXERCICE N° 1 (3 Pts)

1 °) On considère la matrice $A=\begin{pmatrix} 4 & 2 & 1 \\ 1 & -1 & 3 \\ 3 & 2 & -1 \end{pmatrix}$

Montrer que A est inversible

2 °) Soit la matrice $B = \begin{pmatrix} -5 & 4 & 7 \\ 10 & -7 & -11 \\ 5 & -2 & -6 \end{pmatrix}$

a ° / Calculer AxB

b ° / En déduire la matrice A^{-1} inverse de A

3 °) On considère le système (S) : $\begin{cases} 4x + 2y + z = 10 \\ x - y + 3z = 20 \\ 3x + 2y - z = 30 \end{cases}$

a ° / Ecrire le système (S) sous forme matricielle

b ° / Résoudre alors (S)

EXERCICE N ° 2 (3 Pts)

On considère dans $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ l'équation (E) : $13x + 3y = 2$

1 °) a ° / Vérifier que (2 , - 8) est une solution de (E)

b ° / Résoudre l'équation (E)

2 °) Soit Δ la droite d'équation : $13x + 3y - 2 = 0$

Montrer que si le point M (x , y) appartient à la droite Δ alors x et y ne sont pas des entiers naturels

3 °) Soit G l'ensemble des entiers relatifs n verifiant

$\begin{cases} n = 13a + 4 \\ n = 3b + 6 \end{cases}$ avec (a , b) couple d'entiers relatifs

a ° / Montrer que le couple (a , - b) est une solution de (E)

b ° / Montrer que si n est un élément de G alors : $n \equiv 30\ [39]$

c ° / Déterminer le plus petit élément de G supèrieur à 810

EXERCICE N° 3 (4 Pts)

Dans l'annexe ci _joint on a représenté dans un repère orthonormé (O , $\vec{i}$, $\vec{j}$)

la courbe C_f d'une fonction f définie sur $[1 , 3]$ par $f (x) = \dfrac{3}{4 - x}$

1 °) a ° / Déterminer $f ([1 , 3])$

b ° / Tracer la droite $\Delta : y = x$

2 °) Soit la suite U définie sur $\mathbb{N}$ par : $\begin{cases} U_0 = \dfrac{5}{2} \\ U_{n+1} = f (U_n) \text{ pour tout } n \in \mathbb{N} \end{cases}$

a ° / Placer sur l'axe (O , $\vec{i}$) les termes U_0 ; U_1 ; U_2 et U_3

b ° / Quelle conjecture peut_on émettre à propos de la convergence de la suite U

3 °) a ° / Montrer par récurrence que pour tout $n \in \mathbb{N}$,$1 \leq U_n \leq 3$

b ° / Montrer que la suite U est décroissante

c ° / En déduire que la suite U est convergente et déterminer sa limite

EXERCICE N° 4 (4Pts)

1 °) On considère dans $\mathbb{C}$ l'équation (E) : $Z^2 + (1 + 3 i) Z - 8 + 4 i = 0$

a ° / Calculer $(5 - i)^2$

b ° / Résoudre (E)

2 °) On donne $P (z) = Z^3 + (1 + 2 i) Z^2 - (5 - 3 i) Z + 8 i + 4$

a ° / Calculer P (i)

b ° / Déterminer les nombre complexes b et c tels que :

$$P (Z) = (Z - i) (Z^2 + b Z + c)$$

c ° / Résoudre alors dans $\mathbb{C}$ l'équation : $P (Z) = 0$

3 °) Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé (O , $\vec{U}$, $\vec{V}$) on considère les points A ; B et C d'affixes respectives: $Z_A = i$; $Z_B = - 3 - i$ et $Z_C = 2 - 2 i$

a ° / Placer les points A ; B et C

b ° / Montrer que le triangle ABC est rectangle et isocèle

EXERCICE N° 5 (6 Pts)

Dans l'annexe ci _joint on a représenté dans un repère orthonormé (O , $\vec{i}$, $\vec{j}$)
la courbe C_f d'une fonction f définie sur $\mathbb{R}$

* C_f admet la droite d'équation y = 0 comme une asymptote au voisinage de $+\infty$ et une branche parabolique de direction celle de l'axe des ordonnées au voisinage de $-\infty$

* La tangente à C_f au point A (0 , 3) passe par le point B (2, 2)

1 °) Par une lecture graphique:

a ° / Déterminer f (0) ; f (-3) ; f (-1) et f ' (-1)

b ° / Préciser $\lim_{x\to+\infty} f(x)$; $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ et $\lim_{x\to-\infty} \frac{f(x)}{x}$

c ° / Donner $\lim_{x\to 0} \frac{f(x)-3}{x}$

d ° / Dresser le tableau de variation de f

2 °) On suppose dans la suite que : $f(x) = (x+3)\, e^{-\frac{1}{2}x}$

a ° / Montrer que $f(x) = 2\, e^{-\frac{1}{2}x} - 2 f'(x)$

b ° / On désigne par A l'aire de la partie du plan limitée par la courbe C_f et

les droites d'équations respectives , x = 0 ; x = - 3 et y = 0

Calculer A

3 °) Soit h la restruction de f sur $]-\infty, -1]$

a ° / Montrer que h réalise une bijection de $]-\infty, -1]$ sur un intervalle J qu'l'on précisera

b° / Tracer la courbe de h^{-1} dans le meme repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$

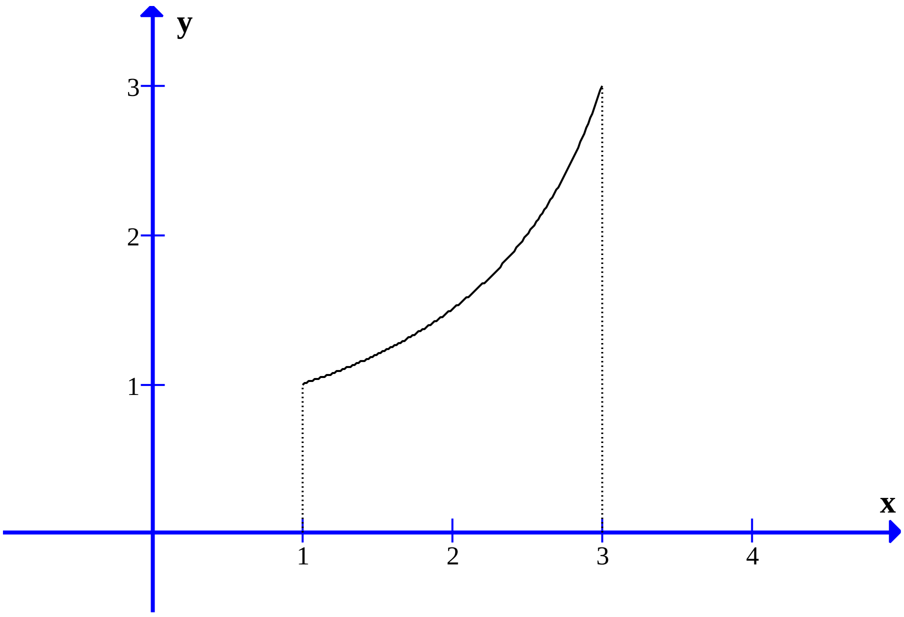
BONNE CHANCE

Nom :.....................

Prénom :..................

Classe :...........................

EXERCICEN° 3



EXERCICE N° 5