

**EXERCICE N°1 (6pts)**

Dans le plan complexe, rapporté à un repère orthonormé  $(O; \vec{u}, \vec{v})$

On appelle A et B les points d'affixes respectives 2 et  $-2$ .

A tout point M d'affixe  $z$  ( $z$  différent de 2),

on associe le point M' d'affixe  $z'$  telle que  $z' = \frac{2z-4}{z-2}$

1°) Calculer  $z'$  et  $|z'|$  lorsque  $z = 5$  puis lorsque  $z = 1 + i$

2°) Montrer que pour tout  $z$  distinct de 2,  $|z'| = 2$ ,

en déduire une information sur la position de M'

3°) Déterminer l'ensemble E des points M d'affixe  $z$  tels que  $M' = B$

4°) On note  $Z_1$  l'affixe de  $\overline{AM}$  et  $Z_2$  celui de  $\overline{BM'}$

Montrer que, pour tout point M distinct de A et n'appartenant pas à E,

on a  $\frac{Z_1}{Z_2}$  réel et interpréter géométriquement ce résultat.

5°) Un point M distinct de A, n'appartenant pas à E, étant donné, proposer une méthode géométrique pour construire le point M'

**EXERCICE N°2 (7pts)**

1.a) Calculer  $(1+3i)^2$

b) Résoudre  $z^2 - (5-i)z + 8 - 4i = 0$

2. Soit dans l'équation (E):  $z^3 - (5+i)z^2 + (10+6i)z - 8 - 16i = 0$

a) montrer que l'équation admet une solution imaginaire pure  $z_0$  que l'on précisera.

b) Résoudre alors dans  $\mathbb{C}$  l'équation (E)

3. Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé  $(O, \vec{u}, \vec{v})$ .

On donne les points A B et C d'affixes respectifs  $3 + i$ ,  $2i$  et  $2 - 2i$ .

a) placer les points A, B et C

b) Montrer que le triangle ABC est un triangle isocèle rectangle

c) Déterminer l'affixe du point D tel que ABDC soit un carré

4. Déterminer et construire l'ensemble E des points M d'affixe  $z$  tel que  $|\frac{z-2+2i}{z+2i}| = 1$

5. Déterminer et construire l'ensemble E des points M d'affixe  $z$  tel que  $|\frac{z-2+2i}{z-2-2i}| = 3$

### EXERCICE N°3 (6pts)

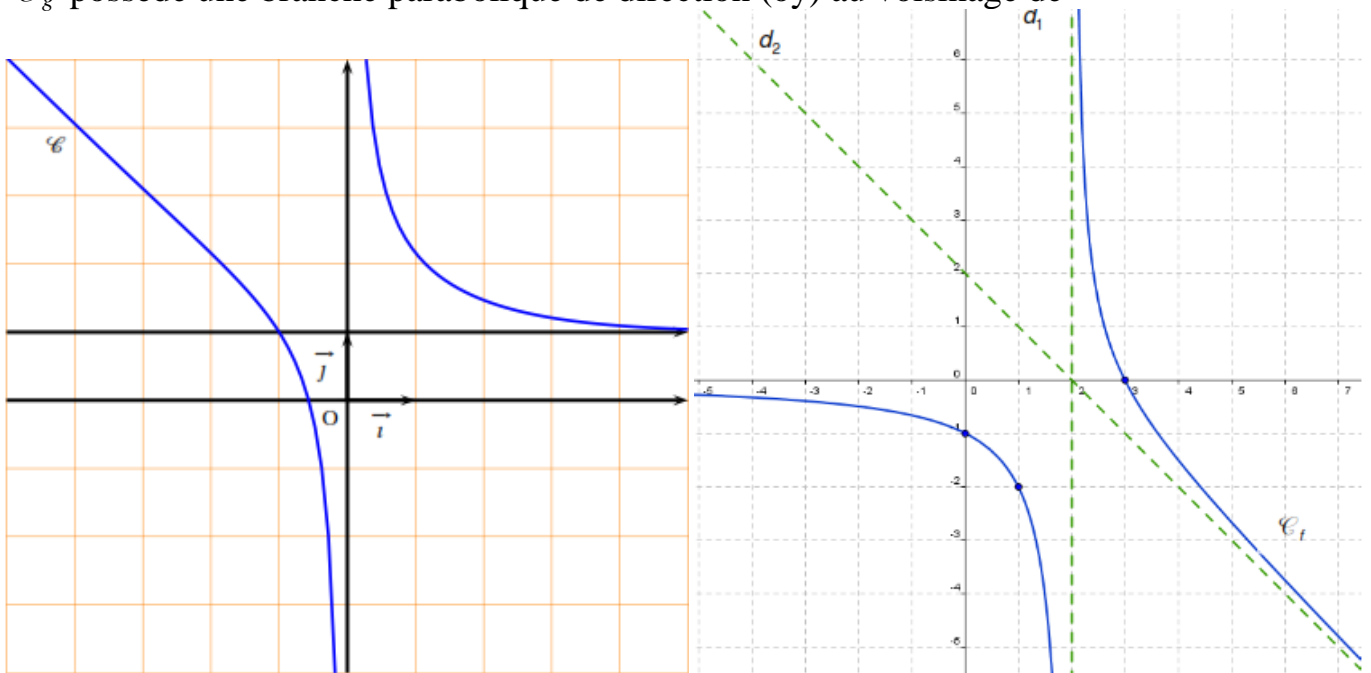
$\mathcal{C}_f$  est la représentation graphique d'une fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R} \setminus \{2\}$

et telle que la droite d'équation  $x = 2$  est une asymptote verticale, la droite d'équation  $y = 0$  est une asymptote horizontale au voisinage de  $-\infty$  et la droite d'équation  $y = 2 - x$  est une asymptote oblique au voisinage de  $+\infty$

$\mathcal{C}_g$  est la représentation graphique d'une fonction  $g$  définie sur  $\mathbb{R}^*$

et telle que la droite d'équation  $x = 0$  est une asymptote verticale, la droite d'équation  $y = 1$  est une asymptote horizontale au voisinage de  $+\infty$

$\mathcal{C}_g$  possède une branche parabolique de direction  $(oy)$  au voisinage de  $-\infty$



1. calculer  $f \circ g(-1)$  et  $g \circ f(0)$
2. Dresser le tableau de variation complet de chacune des fonctions  $f$  et  $g$
3. déterminer  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f\left(2 - \frac{1}{x}\right)$ ,  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{f(x)}$  et  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{g(x)}{x}$
4. déterminer  $\lim_{x \rightarrow -\infty} g \circ f(x)$  et  $\lim_{x \rightarrow 2^-} g \circ f(x)$
5. déterminer  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f \circ g(x)$  et  $\lim_{x \rightarrow 0^-} f \circ g(x)$