

EXERCICE N°1 (6pts)

Dans le plan complexe, rapporté à un repère orthonormé $(O; \vec{u}, \vec{v})$

On appelle A et B les points d'affixes respectives 2 et -2 .

A tout point M d'affixe z (z différent de 2),

on associe le point M' d'affixe z' telle que $z' = \frac{2z-4}{z-2}$

1°) Calculer z' et $|z'|$ lorsque $z = 5$ puis lorsque $z = 1 + i$

2°) Montrer que pour tout z distinct de 2, $|z'| = 2$,

en déduire une information sur la position de M'

3°) Déterminer l'ensemble E des points M d'affixe z tels que $M' = B$

4°) On note Z_1 l'affixe de \overline{AM} et Z_2 celui de $\overline{BM'}$

Montrer que, pour tout point M distinct de A et n'appartenant pas à E,

on a $\frac{Z_1}{Z_2}$ réel et interpréter géométriquement ce résultat.

5°) Un point M distinct de A, n'appartenant pas à E, étant donné, proposer une méthode géométrique pour construire le point M'

EXERCICE N°2 (7pts)

1.a) Calculer $(1+3i)^2$

b) Résoudre $z^2 - (5-i)z + 8 - 4i = 0$

2. Soit dans l'équation (E): $z^3 - (5+i)z^2 + (10+6i)z - 8 - 16i = 0$

a) montrer que l'équation admet une solution imaginaire pure z_0 que l'on précisera.

b) Résoudre alors dans \mathbb{C} l'équation (E)

3. Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé (O, \vec{u}, \vec{v}) .

On donne les points A B et C d'affixes respectifs $3 + i$, $2i$ et $2 - 2i$.

a) placer les points A, B et C

b) Montrer que le triangle ABC est un triangle isocèle rectangle

c) Déterminer l'affixe du point D tel que ABDC soit un carré

4. Déterminer et construire l'ensemble E des points M d'affixe z tel que $|\frac{z-2+2i}{z+2i}| = 1$

5. Déterminer et construire l'ensemble E des points M d'affixe z tel que $|\frac{z-2+2i}{z-2-2i}| = 3$

EXERCICE N°3 (6pts)

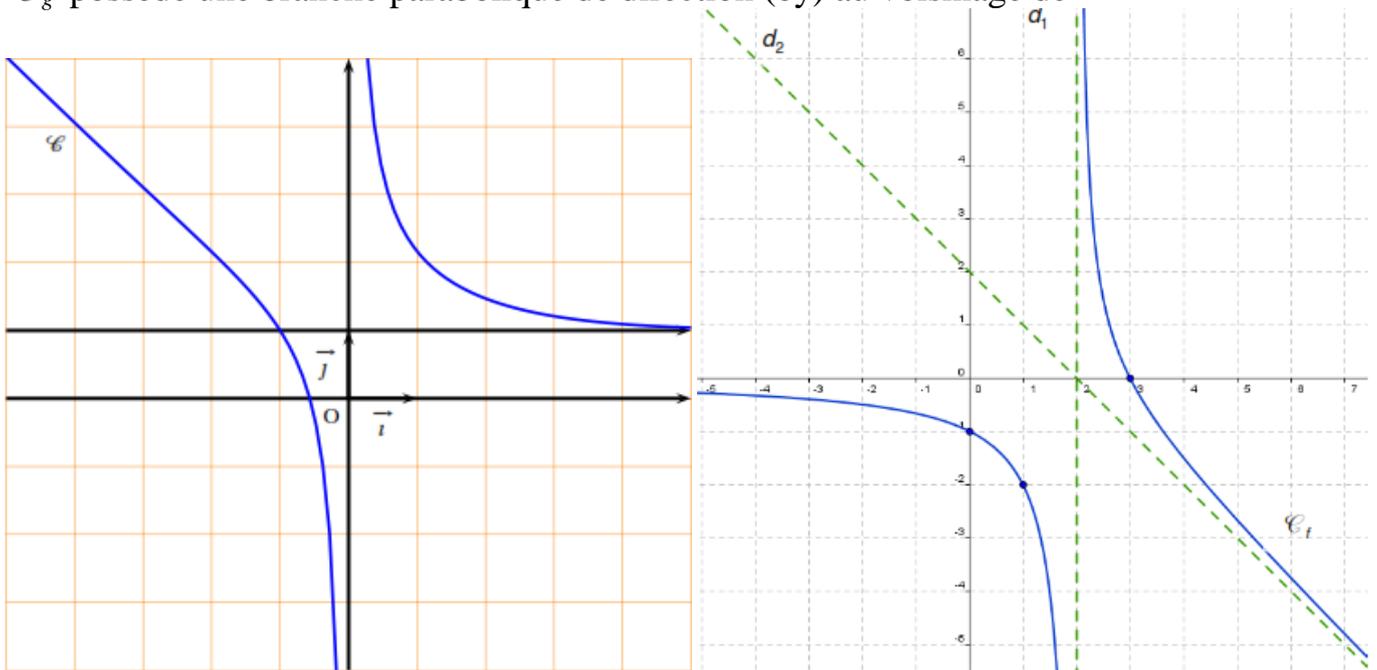
\mathcal{C}_f est la représentation graphique d'une fonction f définie sur $\mathbb{R} \setminus \{2\}$

et telle que la droite d'équation $x = 2$ est une asymptote verticale, la droite d'équation $y = 0$ est une asymptote horizontale au voisinage de $-\infty$ et la droite d'équation $y = 2 - x$ est une asymptote oblique au voisinage de $+\infty$

\mathcal{C}_g est la représentation graphique d'une fonction g définie sur \mathbb{R}^*

et telle que la droite d'équation $x = 0$ est une asymptote verticale, la droite d'équation $y = 1$ est une asymptote horizontale au voisinage de $+\infty$

\mathcal{C}_g possède une branche parabolique de direction (oy) au voisinage de $-\infty$



1. calculer $f \circ g(-1)$ et $g \circ f(0)$
2. Dresser le tableau de variation complet de chacune des fonctions f et g
3. déterminer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f\left(2 - \frac{1}{x}\right)$, $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{f(x)}$ et $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{g(x)}{x}$
4. déterminer $\lim_{x \rightarrow -\infty} g \circ f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow 2^-} g \circ f(x)$
5. déterminer $\lim_{x \rightarrow -\infty} f \circ g(x)$ et $\lim_{x \rightarrow 0^-} f \circ g(x)$