Lycée Mateur

DEVOIR DE CONTRÔLE N:1

Hamda Abbes

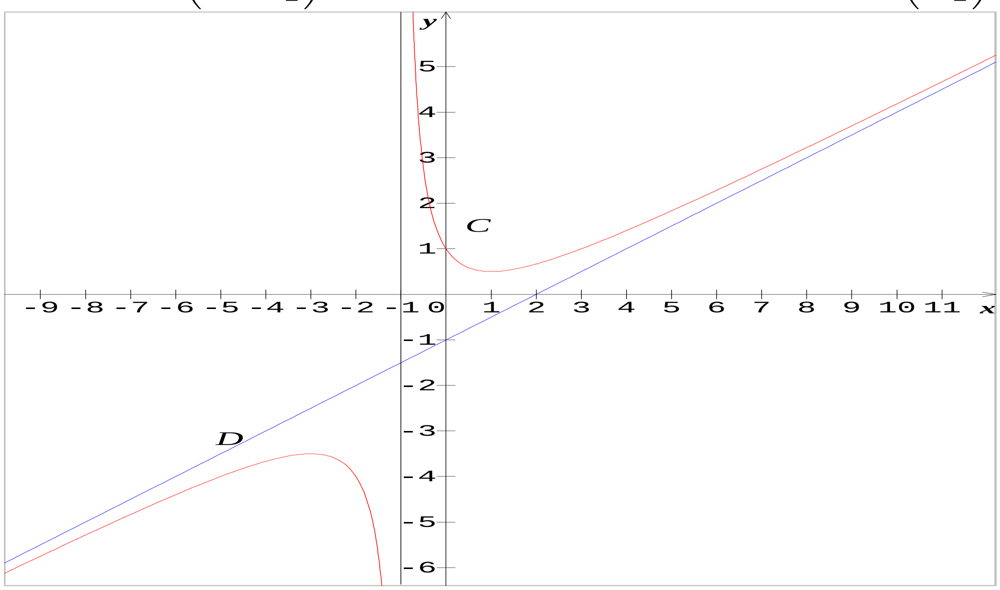
Mathematiques
07/11/2014

4Info2

EXERCICE :1 (5p)

On considére la fonction f définie sur $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$ dont la courbe représentative C est tracée ci-dessous dans un repère orthonormé,et D la droite **asymptôte oblique** à C au voisinage de ∞.

C admet un **maximum** au point $\left(-3;-\dfrac{7}{2}\right)$ sur $]-\infty;-1[$,et un **minimum** au point $\left(1;\dfrac{1}{2}\right)$ sur $]-1;+\infty[$



1. **Déterminer graphiquement :**

   (a) $\lim\limits_{x\to-1} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

   (b) la fonction f est -elle continue en -1 ?

2. Déterminer les variations de la fonction f sur $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$.

3. En admet que la fonction f définie sur $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$par: $f(x) = ax + b + \dfrac{c}{x+1}$ òu a, b et c des réels

   (a) Déterminer a, b et c.

   (b) **Indiquer sur la copie la réponse exacte** :la droite D est d'équation:

      i. $y = 2x - 1$.

      ii. $y = -x + \dfrac{1}{2}$

      iii. $y = \dfrac{1}{2}x - 1$

EXERCICE N:2 (7p)

On considère le polynôme $P(z) = z^2 - 7iz - 16 + 2i$.

1. (a) Exprémer sous forme algébrique $(4-i)^2$.

   (b) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $P(z) = 0$.

2. Placer dans un repère orthonormé $(O, \overrightarrow{u}, \overrightarrow{v})$ les points M, N, P et Q d'affixes respectives $z_M = -2+4i$, $z_N = -2-4i$, $z_P = 2+3i$ et $z_Q = 2-3i$

   (a) Déterminer le nombre complexe z' vérifiant $\dfrac{z_P - z'}{z_M - z'} = i$ placer le point A d'affixe z'.

   (b) Montrer que le triangle MPA est rectangle et isocèle en A.

3. Déterminer par le calcul,l'affixe du point B, pour que $MAPB$ soit un carré

EXERCICE N:3 (8p)

On considère la suite (u_n) définie par : $\begin{cases} u_0 = 3 \\ u_{n+1} = \dfrac{2}{1+u_n} \text{ pour } n \in \mathbb{N} \end{cases}$

1. (a) Calculer u_1 ,u_2 et u_3.

   (b) Démontrer, par récurrence, que pour tout entier naturel n : $0 \leq u_n \leq 3$.

2. (a) Montrer que la suite (u_n) est non monotône.

   (b) En admet que la suite (u_n) converge vers ℓ. déterminer la limite ℓ.

3. On considère la suite (v_n) définie, pour tout entier naturel n, par : $v_n = \dfrac{u_n - 1}{u_n + 2}$.

   (a) Démontrer que la suite (v_n) est géométrique de raison $\dfrac{1}{2}$.

   (b) Exprimer v_n en fonction de n.

   (c) En déduire la limite de la suite (v_n).

4. Exprimer u_n en fonction de v_n .En déduire la limite de la suite (u_n).