Lycée secondaire : 18 / 01 / 52 **Djebeniana . date : 09/05/08**	**DEVOIR DE SYNTHÈSE N°3** **(MATHÉMATIQUES)**	**Prof : ABID HASSEN** **section:4ème année sc info 1 & 2** **Durée : 3 heures**

EXERCICE N°1 : (4 points)

On considère les deux matrices $A = \begin{pmatrix} -3 & 5 & 6 \\ -1 & 2 & 2 \\ 1 & -1 & -1 \end{pmatrix}$ et $B = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 4 \\ -2 & 6 & 0 \\ 2 & -4 & 2 \end{pmatrix}$

1) Calculer dét(A) et en déduire que A est inversible .

2) a - Vérifier que $A \times B = 2I_3$, (I_3 est la matrice unité d'ordre 3)

b - Déduire la matrice inversible A^{-1}.

3) On considère le système (S) : $\begin{cases} -3x + 5y + 6z = 7 \\ -x + 2y + 2z = 2 \\ x - y - z = -1 \end{cases}$

a - Ecrire (S) sous forme matricielle.

b - Résoudre alors le système (S)

EXERCICE N°2 : (4 points)

1) Soit la suite (I_n) définie par $I_n = \int_1^e x^2 (\ln x)^n dx$ pour tout $n \geq 1$.

a - Montrer que $I_1 = \dfrac{2e^3 + 1}{9}$.

b - A l'aide d'une intégration par parties montrer que : $3I_{n+1} + (n + 1) I_n = e^3$.

c - Calculer I_2 et I_3 .

2) Soient les deux fonctions f et g définies sur $]0 ; +\infty[$ par : $f(x) = x^2(\ln x)^2$ et $g(x) = x^2(\ln x)^3$.

a - Etudier la position relative de ($\mathscr{C}_f$)et ($\mathscr{C}_g$).

b - Calculer l'aire $\mathscr{A}$ de la partie du plan limitée par ($\mathscr{C}_f$),($\mathscr{C}_g$) et les droites d'équations:x = 1 et x = e.

3) a - Montrer que : $I_n \geq 0$ pour tout $n \geq 1$ et que (I_n) est décroissante.

b - Déduire qu'on a : $\dfrac{e^3}{n+4} \leq I_n \leq \dfrac{e^3}{n+3}$.

c - Déterminer $\lim\limits_{n \to +\infty} nI_n$.

EXERCICE N°3 : (4 points)

Le tableau suivant donne la distance de freinage d_i(en mètres) d'une voiture en fonction de sa vitesse v_i (en kilomètres par heure)

v_i(km/h)	20	30	40	50	60	70	80	90
d_i(mètres)	36	40	56	74	88	90	100	112

1) Représenter graphiquement le nuage de points associé à la série (v_i ,d_i) dans le plan rapporté à un repère orthogonal.

2) Calculer les coordonnées du point moyen G.

3) Calculer le coefficient de corrélation linéaire r. Y- a-t-il forte corrélation ?

4) Par la méthode des moindres carrés,déterminer une équation de la droite de régression de D en V et la représenter dans le repère précédent.

5) Calculer la distance de freinage lorsque la voiture roule à 110km/h

EXERCICE N°4 : (4 points)

Une cage contient sept souris : quatre blanches (deux femelles et deux males) et trois grises toutes femelles.

1) Une épreuve consiste à retirer simultanément et au hasard deux souris de la cage. Calculer la probabilité de chacun des événements suivants :

A : « les deux souris retirées sont du même sexe ».

B : « les deux souris retirées sont de même couleur ».

2) Sachant que les deux souris retirées sont du même sexe, calculer la probabilité pour qu'elles soient de même couleur.

3) Une opération consiste à répéter l'épreuve cinq fois de suite.

A chaque fois, on note les couleurs des souris retirées, puis on remet les deux souris dans la cage.

On appelle X la variable aléatoire qui,à chaque opération,fait correspondre le nombre de fois ou les deux souris retirées sont de même couleur.

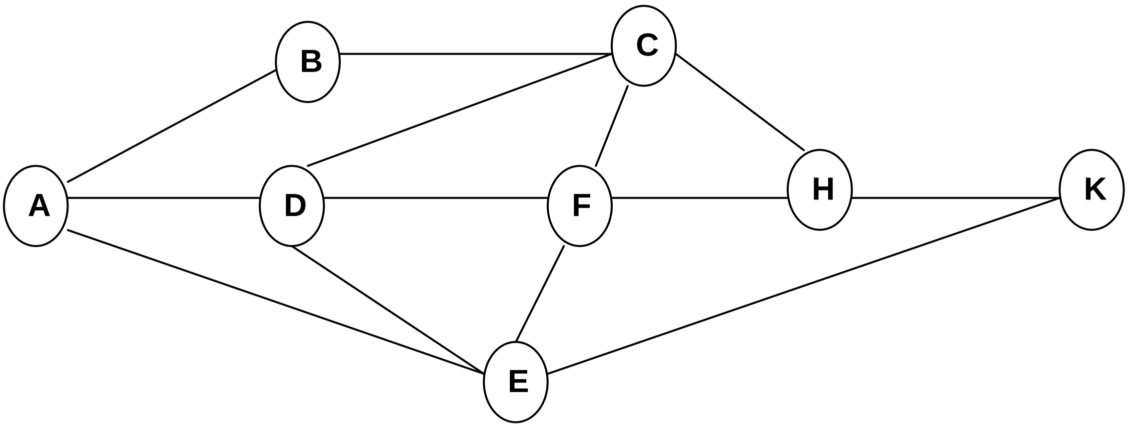
a - Déterminer la loi de probabilité de X.

b - Calculer la probabilité de l'évènement '' $X < 2$ ''.

c - Calculer l'espérance mathématique de X et sa variance

EXERCICE N°5 : (4 points)

Un livreur prépare sa tourné,Il doit visiter un certain nombre de ses clients nommés A, B,C,D ,E,F,H et K. Les liaisons possibles sont représentées sur le graphe G ci-dessous pondéré par les durées,en minutes, des trajets.



1) Déterminer le degré de chaque sommet de ce graphe.

2) Montrer, en justifiant la réponse qu'il est possible que le livreur passe une fois et une seule par tous les chemins.

3) Le livreur peut – il revenir à son point de départ après avoir parcouru une fois et une seule par tous les chemins.

4) En utilisant l'algorithme de Dijkstra, proposer à ce livreur un trajet le plus court de A à K et donner la durée de ce trajet.