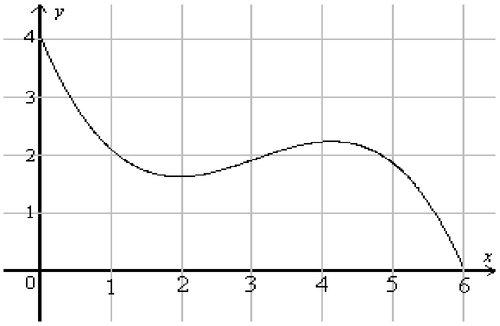
Exercice 1 (3 points)

Pour chacune des trois questions, trois réponses sont proposées ; une seule de ces réponses convient.

1) Voici la courbe représentative d'une fonction *f* sur l'intervalle [0 ;6 [.



Sur l' intervalle [0 ; 6 [, la fonction composée $x \mapsto \ln [f(x)]$

a) est strictement croissante. b) a les mêmes variations que *f* c) a les variations contraires de celles de *f*

2) Soit g la fonction définie sur]0 ; + ∞[par g(x) = $4x - 2 \ln x$.

Dans un repère, une équation de la tangente à la courbe représentative de *g* au point d'abscisse 1 est :

a) $y = 2x + 2$. b) $y = 4x - 2$. c) $y = 2x + 6$

3) L'ensemble des solutions de l'équation $2 \ln x = \ln(2x + 3)$ est :

a) l'ensemble vide. b) {-1; 3}. c){3}

Exercice 2(4 points)

Soit A=$\begin{pmatrix} -2 & 3 & -16 \\ 4 & 5 & 1 \\ 2 & 1 & -3 \end{pmatrix}$

1)Calculer A^2 et A^3

2) En déduire que A est inversible puis déterminer son inverse

3) Résoudre dans $\mathbb{R}^3$ le système

S: $\begin{cases} -2x + 3y - 16z = -20 \\ 4x + 5y + z = 21 \\ 2x + y - 3z = 9 \end{cases}$

Exercice3 (7 points)

I- Soit g la fonction définie sur $]0,+\infty[$ par : g(x) = $x + (x - 2) \ln x$.

1) a) Montrer que $g'(x) = 2\dfrac{x-1}{x} + \ln x$

b) Etudier les variations de g (On ne demande pas les limites en 0 et en +∞).

c) En déduire le signe de g

II- Soit f la fonction définie sur $]0,+\infty[$ par : $f(x) = 1 + x \ln x - (\ln x)^2$.

1)a)Calculer $\lim\limits_{x \to 0^+} f(x)$;interpréter ce résultat

b) Montrer que $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$

c) Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x}$;interpréter ce résultat

2) a) Vérifier que pour tout x∈ $]0,+\infty[$ on a :f'(x) = $\frac{g(x)}{x}$ puis dresser le tableau de variations de f.

b) En déduire que f admet une fonction réciproque f^{-1} définie sur un intervalle J que l'on précisera.

3)a) Montrer que l'équation f(x) = 0 admet sur]0 ;+∞[une unique solution α et que $0,4<\alpha<0,5$

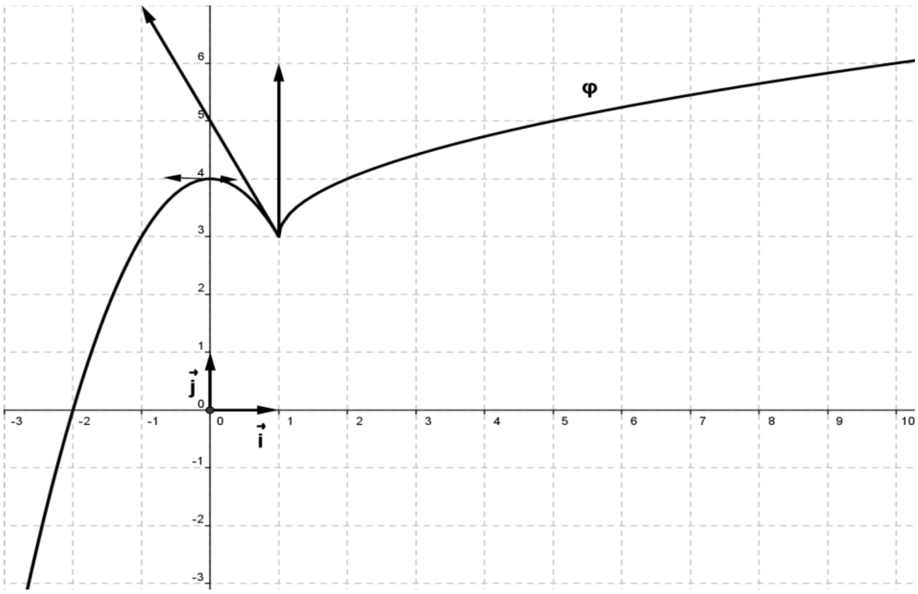
b) En déduire le signe de f

4) Tracer, dans un même repère, les courbes (C) et (C') représentative de f et f^{-1}

Exercice 4 (6 points)

le plan est munie d'un repère orthonormé$(O,\vec{i},\vec{j})$. La courbe (φ) Ci –dessous représente une fonction f définie sur $\mathbb{R}$ et dérivable sur $\mathbb{R}\setminus\{1\}$

on suppose que (φ) admet deux branches paraboliques l'une de direction l'axe des abscisses au voisinage de +∞ et l'autre de direction l'axe des ordonnés au voisinage de $-\infty$



1) Répondre par vrai ou faux

a) $f'(0) = 4$

b) $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = +\infty$

c) $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$

d) $\lim\limits_{x\to1^-} \frac{f(x)-3}{x-1} = -\frac{1}{2}$

e) $\lim\limits_{x\to1^+} \frac{f(x)-3}{x-1} = -\infty$

f) $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x} = +\infty$

2) Déterminer graphiquement

a) Le signe de f '

b)Le tableau de variation de la fonction *f*

3) Soit la fonction g définie sur]-2,+∞[par g(x)= ln(f(x))

a) Déterminer $\lim\limits_{x\to-2^+} g(x)$;interpréter le résultat

b) Déterminer $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$

c) Dresser le tableau de variation de g