LYCEE METLAOUI

DEVOIR DE CONTROLE N°1 – EPREUVE : MATHEMATIQUES

SECTION: Sciences Informatiques

Classe: 4^{ème} SC.Info Prof. CHAABANE

A.S: 2017/2018 Durée: 2H

Exercice n°1: (3points)

Choisir la bonne réponse :

1) Soit
$$n\in\mathbb{N}$$
 ; $\underset{n\rightarrow +\infty}{lim}\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+...+\left(\frac{1}{2}\right)^n$ égale à :

a/ 0

 $b/\frac{1}{2}$

c/ 2

2) L'ensemble des points M(z) tel que $|z| = |\bar{z} - 2i|$ est :

a/ La droite y=1

b/ La droite y = -1

c/ Le cercle de centre O et de rayon 2

3) Soient A et B deux points dont les affixes sont les solutions dans $\mathbb C$ de l'équation : $25z^2 - 50iz + 1001i - 2017 = 0$; le milieu de [AB] est :

a/ I(1;0)

b/ J(0;1)

c/K(0;-1)

Exercice n°2: (5points)

Soit (U_n) la suite définie par : $\begin{cases} U_0 = 9 \\ U_{n+1} = \frac{8U_n - 6}{U_n + 1} \end{cases}$

1) a/ Montrer que pour tout $n\in\mathbb{N}$; $U_{n}\geq 6.$

b/ Montrer que (Un) est décroissante.

c/ En déduire que (Un) est convergente.

2) a/ Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$: $\left| U_{n+1} - 6 \right| \leq \frac{2}{7} \left| U_n - 6 \right|$.

b/ En déduire par récurrence que : $\left|U_n - 6\right| \le 3 \times \left(\frac{2}{7}\right)^n$.

c/ En déduire $\lim_{n\to +\infty} U_n$.

Exercice n°3: (6points)

1) On considère dans \mathbb{C} l'équation : (E): $z^2 - (1+i)z + 2 + 2i = 0$.

a/ Vérifier que 2i est une solution de (E).

b/ Sans calculer le discriminant Δ déduire l'autre solution de (E).

2) La plan est muni d'un repère orthonormé (O, \vec{u}, \vec{v}) . On désigne par A, B et C les points d'affixes respectives 2i ; 1-i et 4.

a/ Placer les points A, B et C.

b/ Montrer que le triangle ABC est isocèle et rectangle.

3) A tout point M du plan d'affixe z on associe le point M' d'affixe u définie par $u=(z-4)(i\bar{z}-2)$.

a/ Calculer u sachant que z = 1 - i.

b/ Calculer z sachant que u=0.

4) a/ Vérifier que $u = i(z-4)(\overline{z-2i})$.

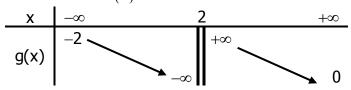
b/ En déduire que si M' appartient à l'axe des abscisses, M appartient à un cercle qu'on déterminera le centre et le rayon.



Exercice n°4: (6points)

Soit f une fonction définie sur $\mathbb{R} \setminus \{3\}$ et (\mathcal{E}_f) sa courbe représentative dans un repère orthonormé (O,\vec{i},\vec{j}) .

- La droite d'équation x=3 est une asymptote verticale à (\mathscr{C}_f) .
- La droite d'équation y=-2x+1 est une asymptote oblique à (\mathscr{C}_f) au voisinage de $-\infty$.
- La droite d'équation y=2 est une asymptote horizontale à $\left(\mathbb{Z}_f\right)$ au voisinage de $+\infty$.
- f(1)=2.
- 1) Déterminer graphiquement : $\lim_{x\to +\infty} f(x)$; $\lim_{x\to -\infty} \frac{x}{f(x)}$ et $\lim_{x\to 3^-} \frac{1}{f(x)}$.
- 2) Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}\setminus\{2\}$ dont le tableau de variation est le suivant :



- a/ Etudier le signe de g(x) sur $\mathbb{R} \setminus \{2\}$.
- b/ Déterminer $D_{_{q\circ f}}$ (l'ensemble de définition de $g\circ f$).
- c/ Dresser le tableau de variation de $g \circ f$ (calculer les limites aux bornes de $D_{g \circ f}$).

