LYCEE METLAOUI

DEVOIR DE CONTROLE N°1 – EPREUVE : MATHEMATIQUES

SECTION : Sciences Informatiques

Classe : 4ème SC.Info **Prof. CHAABANE**

A.S : 2017/2018 **Durée : 2H**

Exercice n°1 : (3points)

Choisir la bonne réponse :

1) Soit $n \in \mathbb{N}$; $\lim\limits_{n\to+\infty} \frac{1}{4}+\frac{1}{8}+...+\left(\frac{1}{2}\right)^n$ égale à :

a/ 0 b/ $\frac{1}{2}$ c/ 2

2) L'ensemble des points M(z) tel que $|z| = |\bar{z}-2i|$ est :

a/ La droite y=1 b/ La droite y = –1 c/ Le cercle de centre O et de rayon 2

3) Soient A et B deux points dont les affixes sont les solutions dans $\mathbb{C}$ de l'équation : $25z^2-50iz+1001i-2017=0$; le milieu de [AB] est :

a/ I(1;0) b/ J(0;1) c/ K(0 ;–1)

Exercice n°2: (5points)

Soit (U_n) la suite définie par : $\begin{cases} U_0 = 9 \\ U_{n+1} = \dfrac{8U_n-6}{U_n+1} \end{cases}$

1) a/ Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$; $U_n \geq 6$.

b/ Montrer que (U_n) est décroissante.

c/ En déduire que (U_n) est convergente.

2) a/ Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$: $|U_{n+1}-6| \leq \frac{2}{7}|U_n-6|$.

b/ En déduire par récurrence que : $|U_n-6| \leq 3\times\left(\frac{2}{7}\right)^n$.

c/ En déduire $\lim\limits_{n\to+\infty} U_n$.

Exercice n°3: (6points)

1) On considère dans $\mathbb{C}$ l'équation : $(E): z^2-(1+i)z+2+2i=0$.

a/ Vérifier que 2i est une solution de (E).

b/ Sans calculer le discriminant Δ déduire l'autre solution de (E).

2) La plan est muni d'un repère orthonormé $\left(O,\vec{u},\vec{v}\right)$. On désigne par A, B et C les points d'affixes respectives 2i ; 1 – i et 4.

a/ Placer les points A, B et C.

b/ Montrer que le triangle ABC est isocèle et rectangle.

3) A tout point M du plan d'affixe z on associe le point M' d'affixe u définie par $u=(z-4)(i\bar{z}-2)$.

a/ Calculer u sachant que z = 1 – i.

b/ Calculer z sachant que u=0.

4) a/ Vérifier que $u = i(z-4)\left(\overline{z-2i}\right)$.

b/ En déduire que si M' appartient à l'axe des abscisses, M appartient à un cercle qu'on déterminera le centre et le rayon.

<u>Exercice n°4:</u> (6points)

Soit f une fonction définie sur $\mathbb{R}\setminus\{3\}$ et $(\mathscr{C}_f)$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$.

- La droite d'équation x=3 est une asymptote verticale à $(\mathscr{C}_f)$.
- La droite d'équation y=−2x+1 est une asymptote oblique à $(\mathscr{C}_f)$ au voisinage de $-\infty$.
- La droite d'équation y=2 est une asymptote horizontale à $(\mathscr{C}_f)$ au voisinage de $+\infty$.
- f(1)=2.

1) Déterminer graphiquement : $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$; $\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{x}{f(x)}$ et $\lim\limits_{x\to3^-} \dfrac{1}{f(x)}$.

2) Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}\setminus\{2\}$ dont le tableau de variation est le suivant :

x	$-\infty$		2		$+\infty$
g(x)	-2	↘	$-\infty$ ‖ $+\infty$	↘	0

a/ Etudier le signe de g(x) sur $\mathbb{R}\setminus\{2\}$.

b/ Déterminer $D_{g\circ f}$ (l'ensemble de définition de $g\circ f$).

c/ Dresser le tableau de variation de $g\circ f$ (calculer les limites aux bornes de $D_{g\circ f}$).