Lycée mahmoud El Messadi Nabeul	**Devoir de contrôle N°2**	Le 26/02/2016
Prof : Mr Ben Sidhom Mongi	**4ème sc-exp**	Durée : 2heures

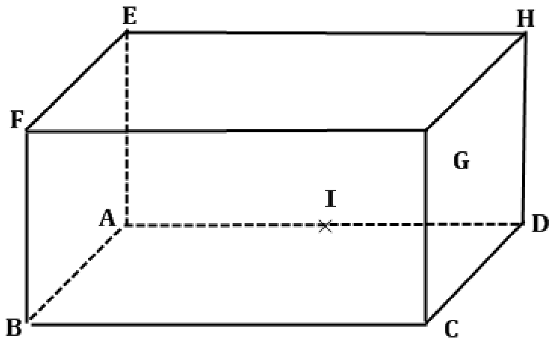
Exercice N°1(5 points)

1)Calculer les intégrales $A=\int_0^1 t(1-t^2)^4\,dt$, $B=\int_0^{\frac{\pi}{6}} \sin^2 x\,dx$, $C=\int_{-1}^{0} \frac{3t}{(1-t)^4}\,dt$

2) Calculer $D=\int_0^{\sqrt{3}} \frac{t^3}{\sqrt{1+t^2}}\,dt$ en utilisant une intégration par parties

Exercice N°2 (7points)

Dans la figure ci –contre ABCDEFGH est un parallélépipède droit
Tel que AB =1 , AD =2 et AE =1.On note I le milieu de [AD]
$R=(A,\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AI},\overrightarrow{AE})$ est un repère orthonormé de l'espace.



1)Déterminer les coordonnées de I ,F G et H

2)Montrer que le volume du tétraèdre GFIH est égal à $\frac{1}{3}$.

3)a)Montrer que le plan (FIH) à pour équation : 2x+y-z-1=0

b)Calculer la distance du point G au plan (FIH)

4) Soit $S=\{M\in\mathscr{E}$ tel que $x^2+y^2+z^2-2x-4y-2z+2=0\}$

a) Montrer que (S) est une sphère dont de centre G et déterminer son rayon R

b) Montrer que le plan (FIH) coupe la sphère (S) suivant un cercle que l'on caractérisera

c)Ecrire une représentation paramétrique de l'axe Δ du cercle circonscrit au triangle ABI

d) Montrer que Δ coupe S en deux points dont on déterminera les coordonnées.

5) a)Ecrire les équations cartésiennes des plans médiateur de [AE] , [AB] et [BI]

b)Ecrire l'équation cartésienne de la sphère Γ circonscrit au tétraèdre ABIE

Exercice N°3(8points)

Soit la fonction f définie sur]-1,1[par $f(x)=\frac{x}{\sqrt{1-x^4}}$ $\mathscr{C}_f$ désigne la courbe représentative de f dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$ (unité 4cm)

1)a/ Calculer f ’(x) et Dresser le tableau de variation de f

b/ Déterminer la position de $\mathscr{C}_f$ par rapport à la droite Δ d'équation y=x

c/ Calculer $f(\frac{\sqrt{2}}{2})$ et tracer Δ et $\mathscr{C}_f$.

2)a/Montrer que f réalise une bijection de]-1,1 [sur un intervalle J à préciser.

b/ Tracer $\mathscr{C}_{f^{-1}}$ la courbe de sa fonction réciproque f^{-1} dans le même repère.

3) a/Soit $g(x)=\int_0^x f(t)\,dt$, $x\in$ [0,1 [. Montrer que g est définie et dérivable sur [0,1 [et calculer g'(x)

b/ Soit F la fonction définie sur $[0,\frac{\pi}{2}[$ par $F(x)=\int_0^{\sqrt{\sin x}} f(t)dt$.

Montrer que F dérivable sur $]0,\frac{\pi}{2}[$ et calculer F '(x).

c/ En déduire que pour tout x de $[0,\frac{\pi}{2}[$ on a $F(x)=\frac{1}{2}x$ et calculer $B=\int_0^{\sqrt[4]{\frac{1}{2}}} f(t)dt$

d/ Calculer en cm^2 l'aire $\mathcal{A}$ de la partie du plan limitée par $\mathscr{C}_f$ et les droites d'équation y=0, x=0 et $x=\frac{\sqrt{2}}{2}$

en déduire l'aire $\mathcal{A}'$ de la partie du plan limitée par $\mathscr{C}_{f^{-1}}$ et les droites d'équation y=0, x=0 et $x=\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$

4) Soit $\lambda\in]\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{2}[$ on pose $I(\lambda)=\int_{\frac{\sqrt{2}}{2}}^{\sqrt{\sin\lambda}} \frac{\sqrt{1-t^4}}{t^3}\,dt$

A l'aide d'une intégration par partie, calculer $I(\lambda)$