Soit f la fonction définie sur P, par : $f(x)=(1-x)e^{x}+1$.

1. a. Calculer $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ et interpréter le résultat.

   b. Montrer que la courbe (C_f) admet une branche parabolique au voisinage de $+\infty$ dont on précisera la direction.

2. a. Etudier les variations de f et donner son tableau de variation.

   b. Montrer que l'équation $f(x)=0$ possède une unique solution α et que $\alpha\in\left]1;\frac{3}{2}\right[$.

3. Tracer (C_f) dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$ (unité graphique 2cm).

4. Soit g la restriction de f sur l'intervalle $[0;+\infty[$.

   a. Montrer que g réalise une bijection de $[0;+\infty[$ sur un intervalle J que l'on précisera.

   b. Tracer $\left(C_{g^{-1}}\right)$ dans le même repère $(O,\vec{i},\vec{j})$.

5. Soient : $A=\int_0^{\alpha} g(x)dx$ et $B=\int_0^{2} g^{-1}(x)dx$.

   a. Donner les interprétations géométriques de A et B . en déduire que A = B .

   b. Calculer à l'aide d'une intégration par parties l'intégrale $\int_0^{\alpha}(1-x)e^{x}\,dx$.

   c. En déduire que l'aire de la région du plan délimitée par $\left(C_{g^{-1}}\right)$; l'axe $(x'x)$ et les deux droites d'équations: $x=0$ et $x=2$ est égale à $\dfrac{(4-2\alpha)^2}{\alpha-1}$.

Exercice n°4 : (4 points)

On considère la suite (u_n) définie pour tout entier naturel non nul n par $u_n=\int_0^1(1-t)^n e^t dt$.

1) Montrer que la fonction f : $t\mapsto(2-t)e^t$ est une primitive de g : $t\mapsto(1-t)e^t$ sur [0, 1]. En déduire la valeur de u_1.
2) Montrer à l'aide d'une intégration par parties que pour tout n de IN*, on a : $u_{n+1}=-1+(n+1)u_n$.
3) Montrer que pour tout n de IN*, $u_n\geq 0$.
4) Montrer que pour tout n de IN*, $u_n\leq\dfrac{e}{n+1}$. Déterminer alors la limite de la suite (u_n).

. _ 1 .

Exercice n°: On considère la suite (u_n) définie sur N par : $\begin{cases}u_0=1\\ u_{n+1}=u_n\times e^{-u_n}\end{cases}$

1. a. Montrer par récurrence que, pour tout entier naturel n, $u_n f\ 0$

   b. Déterminer le sens de variation de la suite (u_n) .

   c. La suite (u_n) est-elle convergente ? Si oui, déterminer sa limite.

2. On considère la suite (w_n) définie sur N par : $w_n=\ln(u_n)$.

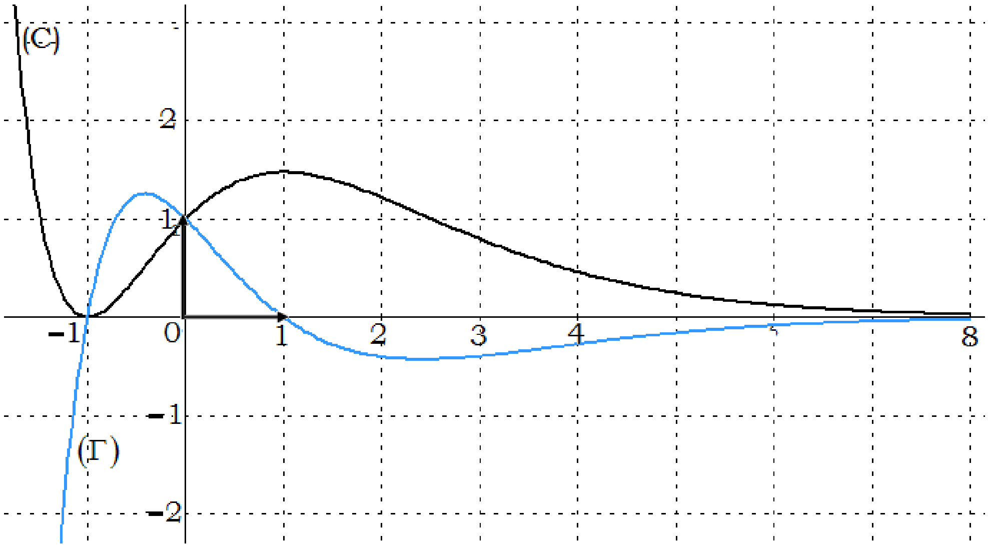
   a. Montrer que, pour tout entier naturel n, on a : $u_n=w_n-w_{n+1}$.

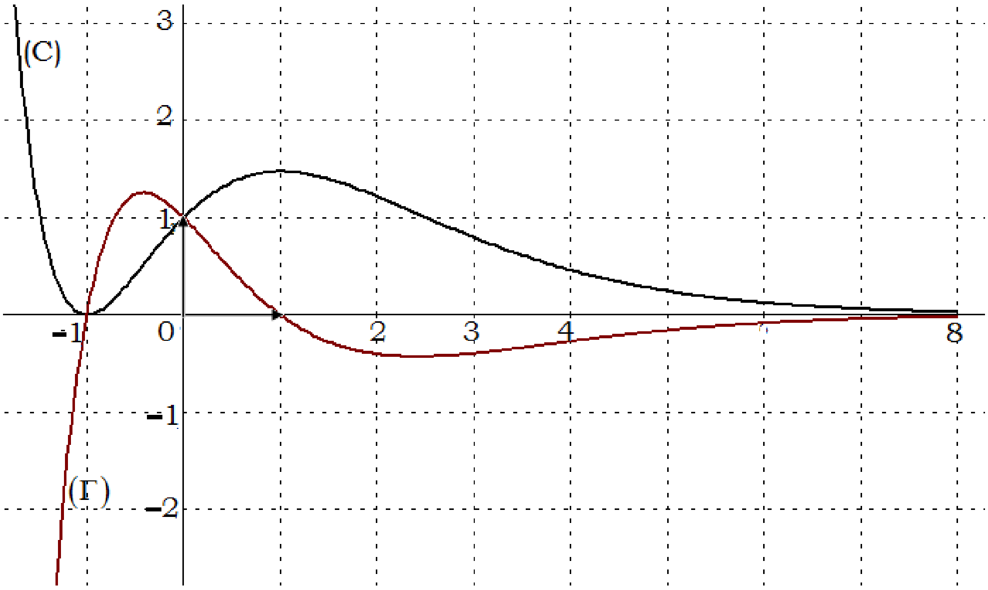
   b. On pose $S_n=u_0+u_1+.......+u$. Montrer que $S_n=w_0-w_{n+1}$.

   c. En déduire $\lim\limits_{n\to+\infty} S_n$.

Exercice n°:

I) On a représenté ci-contre, dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$, les courbes (C) et (Γ) représentatives d'une fonction f définie et dérivable sur P et de sa fonction dérivée f' .





1. Reconnaitre la courbe représentative de f et celle de f'.
2. Déterminer $f(0)$, $f'(0)$, $f(-1)$ et $f'(-1)$.
3. Calculer l'aire $\mathcal{A}$ de la partie du plan limitée par la courbe de f', l'axe des abscisses et les droites d'équations $x=-1$ et $x=0$.

II) La fonction f est définie sur $\mathbb{R}$, par: $f(x)=(x+1)^2 e^{-x}$.

1. a. A l'aide d'une double intégration par parties , montrer que ; $\int_{-1}^{0} f(x)dx = 2e-5$.

   b. Déterminer l'aire de la partie du plan limitée par les courbes (C) et (Γ) et les droites d'équations $x=-1$ et $x=0$.

2. Soit g la restriction de f à l'intervalle $[1;+\infty[$.

   a. Montrer que g réalise une bijection de $[1;+\infty[$ sur un intervalle J que l'on précisera.

   b. Montrer que l'équation $g(x)=x$ admet dans $[1;+\infty[$ une solution unique α et que $1,41 < \alpha < 1,42$.

   c. Montrer que g^{-1} est dérivable en α et que $\left(g^{-1}\right)'(\alpha)=\dfrac{\alpha+1}{\alpha(1-\alpha)}$. ($g^{-1}$ désigne la fonction réciproque de g).

Exercice n°:

Dans l'annexe ci-joint. On a représenté dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$ la courbe (C) de la fonction logarithme népérien $(x \mapsto \ln x)$.

1. Placer les points de la courbe (C) d'abscisses e et $\sqrt{e}$.

2. Soit f la fonction définie sur $\left]0;+\infty\right[$ par: $f(x) = \ln^2 x - \ln x + 1$.

On note (C_f) sa courbe représentative dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

a. Montrer que $\lim\limits_{x \to 0^+} f(x) = +\infty$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$.

b. Calculer $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{f(x)}{x}$. Interpréter graphiquement le résultat.

c. Montrer que pour tout $x > 0$, $f'(x) = \dfrac{2\ln x - 1}{x}$.

d. Dresser le tableau de variation de f .

3. a. Etudier la position relative des courbes (C_f) et (C).

b. Tracer (C_f) dans l'annexe ci-jointe.

4. Soit $\mathcal{A}$ l'aire de la partie du plan limitée par les courbes (C_f) et (C) et les droites d'équations $x = 1$ et $x = 0$.

a. Montrer que $\int_1^e \ln^2 x \, dx = e - 2$.

b. Calculer alors $\mathcal{A}$.