

Lycée Jelma		2013/2014	
		Devoir de synthèse n°3	
SECTION :	3 ^{ème} technique		
EPREUVE :	MATHEMATIQUES	DUREE : 3 h	COEFFICIENT : 3

Exercice 1 : (3 points)

1) Calculer : $\frac{12!}{9!}$; C_6^3 ; A_9^5 .

2) Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = (5 + x)^2$; $n > 2$.

a- Utiliser la formule de binôme de Newton pour donner une autre expression de f(x).

b- Calculer de deux manières différentes f'(x).

Exercice 2 : (3 points)

Une urne contient neuf boules indiscernables au toucher, quatre blanches, trois rouges et deux noires.

1/ On tire successivement et avec remise trois boules de l'urne, on considère les événements :

E « obtenir trois boules de même couleur »

F « obtenir une boule blanche pour la première fois au deuxième tirage »

G « obtenir au moins une boule blanche »

Calculer la probabilité de chacun des événements E , F , G $E \cap F$ et $G \cup F$.

2/ On dispose d'un dé cubique non truqué dont deux faces portent le nombre 1 et les quatre autres le nombre 2. On lance une fois le dé , calculer la probabilité des événements :

E_1 « obtenir le nombre 1 » et E_2 « obtenir le nombre 2 »

3/ On lance une fois le dé puis :

-si on obtient le nombre 1 alors on tire successivement et sans remise deux boules de l'urne

-si on obtient le nombre 2 alors on tire simultanément deux boules de l'urne

Calculer la probabilité de chacun des événements :

A « obtenir deux boules de même couleur » , B « obtenir une boule noire et une boule blanche »

Exercice 3 : (2.5 points)

Dans le tableau statique ci-dessous, la variable X désigne le nombre de jours après la Naissance de nourrisson et la variable Y le poids en kilogrammes :

X(en jours)	4	6	9	14	17	19	22
Y(en kg)	3.7	3.75	3.80	3.90	4	4.35	4.5

- 1) **a**-Calculer la moyenne X et l'écart type σ_x de la variable X .
- b**-Calculer la moyenne Y et l'écart type σ_y de la variable Y .
- 2) Représenter, dans un repère orthogonal, le nuage de points associés à la série (X, Y) ainsi le point moyen G .
- 3) **a** – Déterminer les coordonnées des point moyen $G1$ du nuage des points $M1 ; M2$ et $M3$ Déterminer les coordonnées du point moyen $G2$ du nuage $M4 , M5 , M6$ et $M7$.
- b** –En déduire une équation de la droite d'ajustement linéaire de Y en fonction de X
- 4) Quelle pourrait être une estimation du poids du nourrisson après 30 jours de sa naissance

Exercice 4 : (3.5 points)

Le tableau ci-dessous, donne la dépense en millions de dinars des ménages en produits informatiques

Année	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012
Rang de l' Année x_i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Dépense y_i	345	452	521	620	687	760	800	856	911	986

N1 N2

(les calculs seront arrondis à 10^2 près)

- 1/ Construire ,dans un repère orthogonal ,le nuage de points $M_i (x_i , y_i)$ de la série double (X , Y) .
(1 cm pour un rang en abscisse et 1 cm pour 200 millions de Dinars en ordonnée)
- 2/ Calculer les coordonnées du point moyens G .
- 3/ N1 désigne le nuage des points $M1 , M2 , M3 , M4$ et $M5$. N2 désigne le nuage des points restants.
 - a / Calculer les coordonnées des points moyens $G1$ et $G2$ associés respectivement à N1 et N2
 - b / Déterminer une équation cartésienne de la droite $(G1 G2)$ de Mayer .
- 4 / Donner une estimation par la méthode de Mayer des dépenses de l'année 2015 .
- 5/Estimer l'année pour laquelle les dépenses 1500 millions de Dinars .

Exercice 5 : (4 points)

Soit le cube OADBCEGF et soit les points R , S , T vérifiant $\overrightarrow{OR} = 2\overrightarrow{OA}$, $\overrightarrow{OS} = 2\overrightarrow{OB}$ et $\overrightarrow{OT} = 2\overrightarrow{OG}$

1) a- Montrer que $\overrightarrow{RD} = \overrightarrow{AB}$ et que D est le milieu de [R S]

b- Montrer que $\overrightarrow{RS} = 2\overrightarrow{EF}$, en déduire la position de (EF) et (RS)

On considère maintenant le repère orthonormé $(O, \overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}, \overrightarrow{OC})$

2) a- Montrer que R (2 , 0 , 0) , S (0 , 2 , 0) et T (1 , 1 , 2)

b- vérifier que C , R et S sont non alignés

3) a- Soit le plan P = (CRS) , montrer que P : $x + y + 2z - 2 = 0$

b- Montrer que $(OT) \perp P$

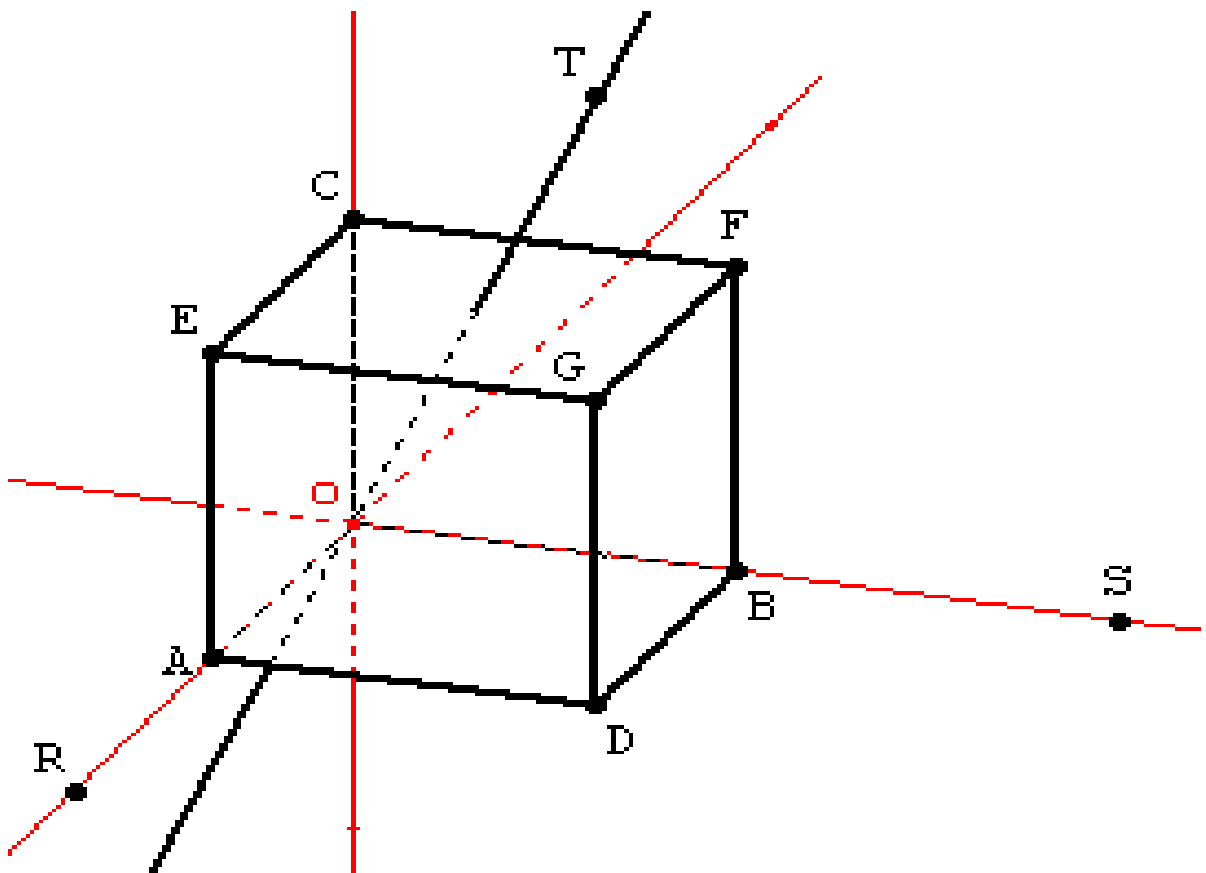
c- La droite (OT) coupe P en H , déterminer les coordonnées de H

d- Déterminer de deux manières différentes la distance de O à P

4) Soit Q le plan passant par C et de vecteur normal $\overrightarrow{n_Q} = \vec{i} - 5\vec{j} + 2\vec{k}$

a- Ecrire une équation cartésienne de Q

b- Montrer $Q \perp P$ et que $Q \cap P = (RC)$



Exercice 6 : (4 points)

L'espace est muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

1) On considère le plan P passant par le point $B(1 ; -2 ; 1)$ et de vecteur normal $\vec{n} = -2\vec{i} + \vec{j} + 5\vec{k}$ et le plan Q d'équation cartésienne $x + 2y - 7 = 0$.

a- Démontrer que les plans P et Q sont perpendiculaires.

b- Déterminer l'intersection des plans P et Q et montrer que c' est la droite Δ passant par le point $C(-1 ; 4 ; -1)$ et de vecteur directeur : $u = 2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}$

c- Soit le point $A(5 ; -2 ; -1)$.

Calculer la distance du point A au plan P, puis la distance du point A au plan R.

d- En déduire la distance du point A à la droite Δ .

2) Soit , le point Mt de coordonnées $(1 + 2t ; 3 - t ; t)$ où , t est un réel .

a- Déterminer en fonction de t la longueur AM .

On note $\varphi(t) = AM$. On définit ainsi une fonction φ de \mathbb{R} dans \mathbb{R} .

b- Montrer que φ est dérivable sur \mathbb{R} et que $\varphi' = \frac{6(t-2)}{\sqrt{(2t-4)^2 + (5-t)^2 + (t+1)^2}}$

c- Dresser le tableau de variation de φ . Préciser son minimum.

d- interpréter géométriquement la valeur de ce minimum.