Lycée Boumerdes	**Devoir de synthèse n°3**	**Date : 01/06/2010**
		Durée : 3H
		Classe : 3 ST
Prof : Jemmali Ameur	**Mathématiques**	

Exercice N°1 :(3 points)

Pour chacune des questions suivantes, une seule des trois réponses proposées est exacte.
L'élève indiquera sur sa copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie.
Aucune justification n'est demandée.
Une réponse correcte vaut 0,75 point, une réponse fausse ou l'absence de réponse vaut 0 point.

1) L'espace est rapporté à un repère orthonormé direct $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$. On considère les droites D et D' de représentation paramétrique :

$$D:\begin{cases} x=1-\alpha \\ y=2+3\alpha \\ z=-1+\alpha \end{cases},\alpha\in IR \quad et \quad D':\begin{cases} x=-1+2t \\ y=5-3t \\ z=-2+t \end{cases}, t\in IR$$

Les droites D et D' sont :

a) Parallèles   b) Sécantes   c) Non coplanaires

2) L'espace est rapporté à un repère orthonormé direct $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$. On considère le point A(-1,-2,3) et le plan P : 2x – y + 5z + 15 = 0. La distance du point A au plan P est :

a) $d(A,P) = \sqrt{30}$ b) $d(A,p) = \dfrac{13\sqrt{30}}{15}$ c) $d(A,P) = \dfrac{17\sqrt{30}}{15}$

3) L'espace est rapporté à un repère orthonormé direct $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$. Soit les points A(-1,2,1), B(0,2,3), C(-1,-1,-1) et D(3,2,1). Le Volume, V, du tétraèdre ABCD est :

a) V = 12   b) V = 24   c) V = 4

4) A partir des chiffres 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 et 6 ; combien peut-on former de nombre de trois chiffres distincts ?

a) $6^3 = 216$ b) $A_6^3 = 120$ c) $C_6^3 = 20$

Exercice N°2 :(5 points)

$$Une\ urne\ contient : \begin{cases} 3\ boules\ rouges\ numérotées\ 1;1;2 \\ 2\ boules\ blanches\ numérotées\ 1;1 \\ 5\ boules\ vertes\ numérotées\ 1;1;1;2;2 \end{cases}$$

On suppose que toutes les boules sont indiscernables au toucher.
On tire simultanément et au hasard 3 boules de l'urne.

1) Dénombrer tout les tirages possibles.
2) On considère les évènements suivants :
   A : « Obtenir 3 boules de même couleur »
   B : « Obtenir 3 boules de même numéro »
   C : « Obtenir au moins une boule blanche »
   D : « La somme des numéros de trois boules tirées est paire »
   a) Calculer la probabilité des évènements A, B, C et D.
   b) Calculer $p(A \cap B)$.
   c) Déterminer alors $p(A \cup B)$.

Exercice N°3 :(7 points)

On considère la suite U définie sur NI par : $\begin{cases} U_0 = 0 \\ U_{n+1} = \dfrac{2U_n + 1}{U_n + 2} \end{cases}$

1) a) Calculer U_1 et U_2.
   b) Vérifier que la suite U n'est ni arithmétique ni géométrique.
2) On considère la fonction f définie par $f(x) = \dfrac{2x+1}{x+2}$ et la droite D : y = x.
   a) Etudier les variations de la fonction f.
   b) Représenter dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$, la courbe représentative de la fonction f et la droite D.
   c) Placer, dans $(O,\vec{i},\vec{j})$, U_0, U_1 et U_2.
   d) Conjecturer graphiquement la monotonie et la limite de la suite U.
3) a) Vérifier que : $U_{n+1} = 2 - \dfrac{3}{U_n + 2}$
   b) Montrer par récurrence, que pour tout entier naturel n : $0 \le U_n \le 1$.
   c) Montrer que, pour tout entier naturel n : $U_{n+1} - U_n = \dfrac{(1+U_n)(1-U_n)}{2+U_n}$.
   d) En déduire que la suite U est croissante.
4) Soit la suite V définie sur IN par : $V_n = \dfrac{U_n - 1}{U_n + 1}$.
   a) Montrer que V est une suite géométrique de raison $\dfrac{1}{3}$.
   b) Exprimer V_n en fonction de n.
   c) Déterminer $\lim\limits_{n \to +\infty} V_n$.
5) a) Montrer que $U_n = \dfrac{1+V_n}{1-V_n}$.

b) Déterminer alors $\lim_{n \to +\infty} U_n$.

Exercice N°4 :(5 points)

L'espace est rapporté à un repère orthonormé direct $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$. Soit les points A(2,1,2), B(0,1
et C(-3,0,0).

1) a) Montrer que les points A, B et C déterminent un plan.
   b) Calculer $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}$.
   c) Montrer qu'une équation cartésienne du plan (ABC) est : -x + y + 2z – 3 = 0.

2) On considère la droite D de représentation paramétrique :

$$D:\begin{cases} x = 1+\beta \\ y = -\beta, \qquad \beta \in IR \\ z = 1+2\beta \end{cases}$$

   a) Montrer que la droite D et le plan (ABC) sont sécants.
   b) Déterminer les coordonnées de leur point d'intersection H.

3) Soit le plan Q : 3x + y + z – 8 = 0.

   a) Vérifier que le point H appartient au plan Q.
   b) Montrer que les plans (ABC) et Q sont sécants.
   c) Déterminer le représentation paramétrique de leur droite d'intersection.

************** **BONNE CHANCE** **************

By Hamza Ammar