Epreuve

Mathématiques

Durée : 2H

Devoir de contrôle n°3

Classe : $3^{ème}$ T

Professeur

Dhaouadi

Nejib

Exercice 1

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}\setminus\{2\}$ par : $f(x)=\dfrac{x^2-3x+3}{x-2}$.

On désigne par $\mathscr{C}$ la courbe représentative de f dans un repère orthogonal $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1) a) Montrer que f est dérivable sur $\mathbb{R}\setminus\{2\}$ et $\forall x\in\mathbb{R}\setminus\{2\}$, $f'(x)=\dfrac{x^2-4x+3}{(x-2)^2}$.

b) Dresser le tableau de variation de f.

2) a) Vérifier que $\forall x\in\mathbb{R}\setminus\{2\}$, $\quad f(x)=x-1+\dfrac{1}{x-2}$.

b) En déduire que la courbe $\mathscr{C}$ admet une asymptote oblique D que l'on précisera.

3) Tracer D et $\mathscr{C}$.

Exercice 2

Soit (u_n) la suite réelle définie par : $\quad u_0=1$ et $\forall n\in\mathbb{N}$, $u_{n+1}=1+\dfrac{2}{u_n}$.

1) Vérifier que la suite (u_n) n'est ni arithmétique ni géométrique.

2) Montrer, à l'aide d'un raisonnement par récurrence, que pour tout entier naturel n

$1\leq u_n\leq 3$.

3) Pour tout entier naturel n, on pose $\quad v_n=\dfrac{u_n-2}{u_n+1}$.

a) Montrer que la suite (v_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison.

b) Exprimer v_n et puis u_n en fonction de n.

Exercice 3

Considérons les nombres complexes : $u = 1 + i$, $v = \sqrt{3} + i$ *et* $w = u^3 v$.

1) a) *Mettre* u^3 *sous forme algébrique.*

b) *Mettre* w *sous forme algébrique.*

2) a) *Donner le module et un argument de* u *et puis de* u^3 .

b) *Déterminer le module et un argument de* v.

c) *Déduire des questions précédentes la forme algébrique de* w.

3) *En comparant les écritures trigonométrique et algébrique de* w, *déterminer les valeurs exactes de* $\cos\left(\frac{11\pi}{12}\right)$ *et* $\sin\left(\frac{11\pi}{12}\right)$.