

**Exercice n°1(4pts)**

Pour chacune des affirmations suivantes *Coucher la bonne réponse*

- 1)  $3\ln 2$  est égale à : a)  $\ln 6$     b)  $\ln 8$     c)  $2\ln 3$
- 2) L'équation  $e^{2x} = 2$  a pour solution dans  $\mathbb{R}$  :  
a)  $\frac{\ln 2}{2}$     b)  $\frac{2}{\ln 2}$     c)  $\ln 4$
- 3) L'intégrale  $I = \int_1^2 e^x dx$  est égal à :  
a)  $e$     b)  $e^2$     c)  $e^2 - e$
- 4) On lance deux fois de suite un dé cubique parfait dont les faces sont numérotées de 1 à 6 la probabilité d'obtenir deux nombres impaire est égale à :  
a)  $\frac{1}{4}$     b)  $\frac{1}{2}$     c)  $\frac{3}{4}$

**Exercice n°2(5pts)**

La matrice M ci-contre est associer a un graphe G de sommet A ,B,C ,D,E et F qui donne le plan d'un quartier avec le sens de circulation sur chaque arc.

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

- 1) Justifier que ce graphe est orienté.
- 2) a) Recopier est complété le tableau suivant :

Sommet	A	B	C	D	E	F
$d^+$						
$d^-$						
$d^+ - d^-$						

- b) peut- on parcourir toutes les rues du quartier une fois et une seule ?
- c) ce graphe G admet-il un cycle eulérien ?
- 3) Représenter le graphe puis donner un exemple de chaine eulérienne.
- 4) On donne la matrice :

$$M^3 = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 2 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 0 & 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 3 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \text{ donner tous les chaines de longueur 3 reliant C a A.}$$

**Exercice n°2(5pts)**

Une entreprise de services d'une ville cherche à modéliser la consommation des ménages sur les dernières années. le rang  $x_i=1$  est donné pour 2006, la consommation est exprimée en milliers de dinars

Années	2006	2007	2008	2009	2010
Rang de l'année $x_i$	1	2	3	4	5
Consommation en milliers de dinars $y_i$	28.5	35	52	70.5	100.5

1/a)représenter le nuage de points M ( $x_i, y_i$ ) dans un repère orthogonal (on prendra : 1 cm comme unité en abscisses et 1 cm pour 10 milliers dinars en ordonnées) (1 cm ou un carreau)

b) déterminer les coordonnées du point moyen G de ce nuage ;le placer dans le repère président

2/on réalise un ajustement linéaire de ce nuage par la droite D d'équation  $y= 12.5 x+7.3$

Déterminer à l'aide de l'ajustement précédent, la consommation estimée des ménages de cette ville en 2012

3/Recopier et compléter le tableau suivant sachant que  $z = \ln y$  les résultats seront arrondis a  $10^{-2}$ prés

Rang de l'année $x_i$	1	2	3	4	5	8
Consommation en milliers de dinars $y_i$	28.5	35	52	70.5	100.5	140
$z_i = \ln y_i$	3.35					4.94

- déterminer l'équation de la droite de régression de z en x obtenue par la méthode des moindres carrés :(on donnera les arrondis des coefficients à  $10^{-2}$ prés.)
- En déduire que  $y = 20.49 e^{0.23x}$
- Estimer alors, à l'aide de ce nouvel ajustement. La consommation des ménages de cette ville en 2012.

**Exercice n°4(6pts)**

Soit la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = (x-1)e^{-x} + 1$

Le tableau suivant donne les variations de la fonction  $f$ .

x	$-\infty$	2	$+\infty$
f	$-\infty$	$1+e^{-2}$	

- 1) Calculer  $f(0)$ .
- 2) En déduire le signe de  $f(x)$  sur  $\mathbb{R}$ .
- 3) Soit  $g$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par  $g(x) = x - x e^{-x}$ 
  - a) calculer  $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$  et  $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ .
  - b) Montrer que pour tout réel  $x$ ,  $g'(x) = f(x)$
  - c) Dresser le tableau de variation de la fonction  $g$  sur  $\mathbb{R}$ .
- 4) On désigne par  $(C_g)$  la représentation graphique de  $g$  dans un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ .
  - a) Calculer  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{g(x)}{x}$  interpréter graphiquement le résultat obtenu.
  - b) Montrer que la droite  $\Delta$  d'équation  $y = x$  est une asymptote à  $(C_g)$  au voisinage de  $+\infty$
  - c) Etudier suivant les valeurs de  $x$  la position de la droite  $\Delta$  et de la courbe  $(C_g)$ .
  - d) Tracer la droite  $\Delta$  et la courbe  $(C_g)$ .
- 5) Soit  $\alpha$  un réel strictement positif.
  - a) Calculer en fonction de  $\alpha$ , l'aire  $A(\alpha)$  de la partie du plan limitée par la courbe  $(C_g)$ , la droite  $\Delta : y = x$  et les droites d'équations  $x=0$  et  $x=\alpha$
  - b) Calculer  $\lim_{\alpha \rightarrow +\infty} A(\alpha)$ .

**Bon travail télè :97519484**