L-Mateur | Devoir de synthèse n°1 | Prof: Talbi Rachid

Classe:$4EG_3$ | Durée : $2H$ | Le 09 / 12 /2015

EXERCICE 1($8pts$)

La courbe C_f ci-dessous est celle d'une fonction f définie sur $[0,+\infty[$

1. On utilisant le graphique , déterminer:

   (a) $f(0)$, $f'_d(0)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

   (b) Le tableau de variation de f.

   (c) Montrer que f est une bijection de $[0,+\infty[$ sur $]-1,4]$

2. La fonction f représentée à pour expression $f(x)=\dfrac{4-x^2}{1+x^2}$, pour tout $x\in[0,+\infty[$

   (a) Vérifier que f est dérivable sur $[0,+\infty[$ et que $f'(x)=\dfrac{-10x}{(1+x^2)^2}$

   (b) Ecrire l'équation de la tangente T à C_f au point d'abscisse 2.

3.

   (a) Calculer $f^{-1}\left(\dfrac{1}{4}\right)$ et $(f^{-1})'\left(\dfrac{1}{4}\right)$

   (b) Montrer que f^{-1} est dérivable sur $]-1,4[$

   (c) Tracer $C_{f^{-1}}$ dans le repère $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$

4. Déterminer l'expression de $f^{-1}(x)$.

5. Soit g la fonction définie sur $[0,+\infty[$ par $g(x)=f(x)-x$

   (a) Montrer que g est décroissante sur $[0,+\infty[$.

   (b) Montrer que l'équation $g(x)=0$ admet une solution unique $\alpha\in\left]1,\dfrac{3}{2}\right[$.

EXERCICE 2($5pts$)

On considère la matrice carrée $M=\begin{pmatrix}2 & -1 & -1\\ 3 & 4 & -2\\ 3 & -2 & 4\end{pmatrix}$

1. (a) Calculer $d\acute{e}t(M)$.

   (b) En déduire que M est inversible.

2. Montrer que $M^{-1}=\dfrac{1}{60}\begin{pmatrix}12 & 6 & 6\\ -18 & 11 & 1\\ -18 & 1 & 11\end{pmatrix}$

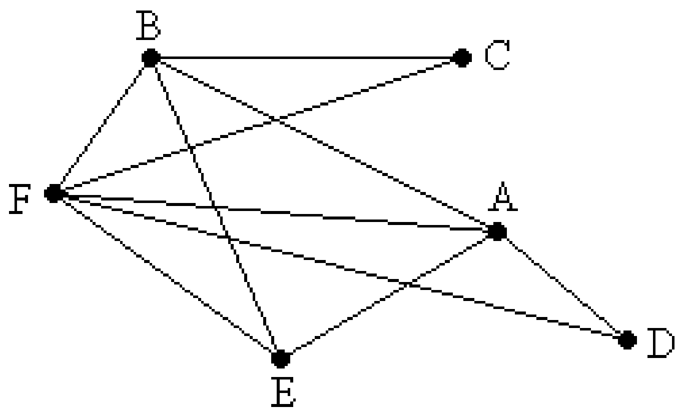
3. On considère le système suivant (S) : $\begin{cases}2x-y-z = 4\\ 3x+4y-2z=11\\ 3x-2y+4z=11\end{cases}$

(a) Donner l'écriture matricielle du système (S).

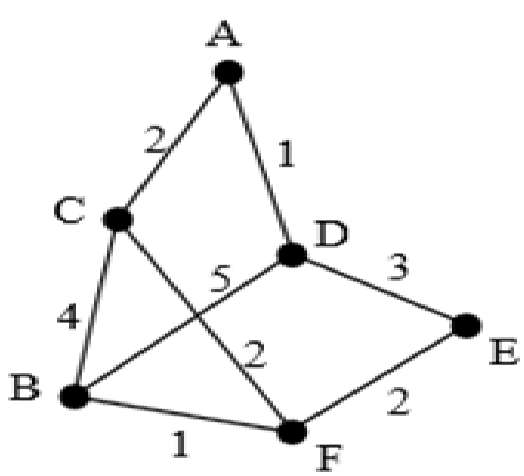
(b) Résoudre alors dans $\mathbb{R}^3$ le système (S).

EXERCICE 3 ($7pts$)

On considére le graphe (G_1)ci-dessous:



1. (a) Déterminer l'ordre du graphe (G_1)
   (b) Ce graphe est - il connexe? justifier
2. (a) Donner le dégre du sommet E.
   (b) (G_1) admet - il cycle eulérien? Justifier.
3. (a) Donner le dégre de chacun des sommets de (G_1).(sous forme d'un tableau)
   (b) Montrer que (G_1) admet au moins une chaine eulérienne.
   (c) Donner un exemple de chaine eulérienne de (G_1)
4. (a) Déterminer un sous graphe complet de (G_1) ayant le plus grand ordre possible.
   (b) Montrer que $4 \leq \gamma(G_1) \leq 6$
   (c) En proposant un coloriage du graphe (G_1), déterminer $\gamma(G_1)$.
5. On considère le graphe pondéré (G_2) ci - dessous .
   (a) Déterminer le poids de la chaine: $A - D - E - F - C$
   (b) Trouver la plus courte chaine réliant A et B.



Annexe à rendre avec la copie