

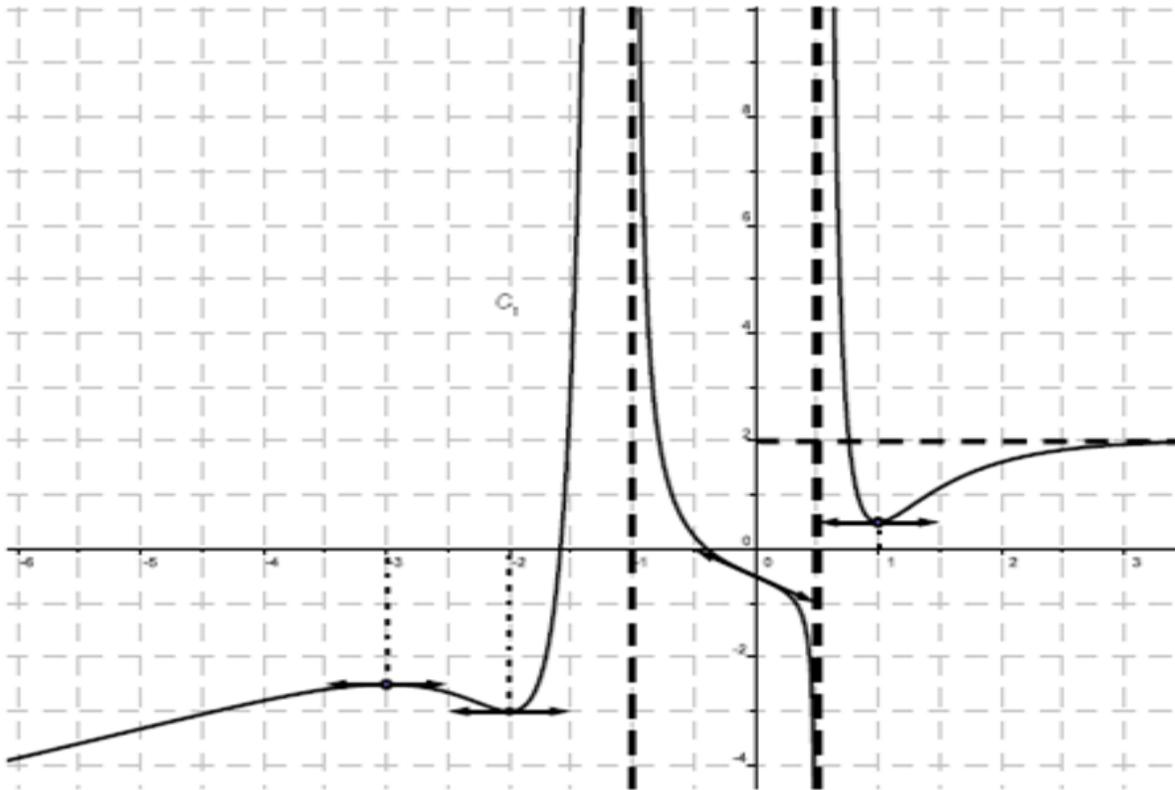
EXERCICE 1(7pts)

Soit la matrice  $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$

- (a) Donner les valeurs des coefficients  $a_{21}$  et  $a_{13}$  de la matrice  $A$ .  
(b) Calculer  $\det(A)$ .  
(c) En déduire que  $A$  est inversible.
- (a) Montrer que  $5A - A^2 = 4I_3$  ou  $I_3$  est la matrice unité d'ordre 3.  
(b) En déduire que  $A^{-1} = \frac{1}{4}(5I_3 - A)$ .
- (a) Donner l'écriture matricielle du système  $(S) : \begin{cases} 2x + y + z = 1 \\ x + 2y + z = 2 \\ x + y + 2z = 5 \end{cases}$   
(b) Résoudre alors dans  $\mathbb{R}^3$  le système  $(S)$ .

EXERCICE 2 (6pts)

Soit  $f$  une fonction définie sur un domaine  $D$  dont la représentation graphique est donnée ci-dessous.



- Par lecture graphique et sans justification  
(a) Déterminer  $D$ .

(b)  $f(-2)$  et  $f(1)$

(c)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  ;  $\lim_{x \rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^-} f(x)$  ;  $\lim_{x \rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^+} f(x)$  et  $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$

2. déterminer  $f\left(-1, \frac{1}{2}\right]$

3. (a) Dresser le tableau de variations de  $f$ .

(b) En déduire le tableau de signe de  $f'(x)$ .

### EXERCICE 3 (7pts)

Soit  $f$  une fonction définie par :  $f(x) = \frac{\sqrt{x(x+1)}}{x^2}$

1. (a) Déterminer  $D_f$

(b) Calculer  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$

2. (a) Vérifier que  $x < \sqrt{x(x+1)} < x+1$ , pour tout  $x > 0$

(b) En déduire que  $\frac{1}{x} < f(x) < \frac{x+1}{x^2}$ , pour tout  $x > 0$

(c) Calculer alors  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ .

3. (a) Montrer l'équation  $f(x) = 1$  admet au moins une solution  $\alpha \in [1, 2]$

(b) Donner un encadrement de  $\alpha$  à  $10^{-1}$  près.

BON TRAVAIL