

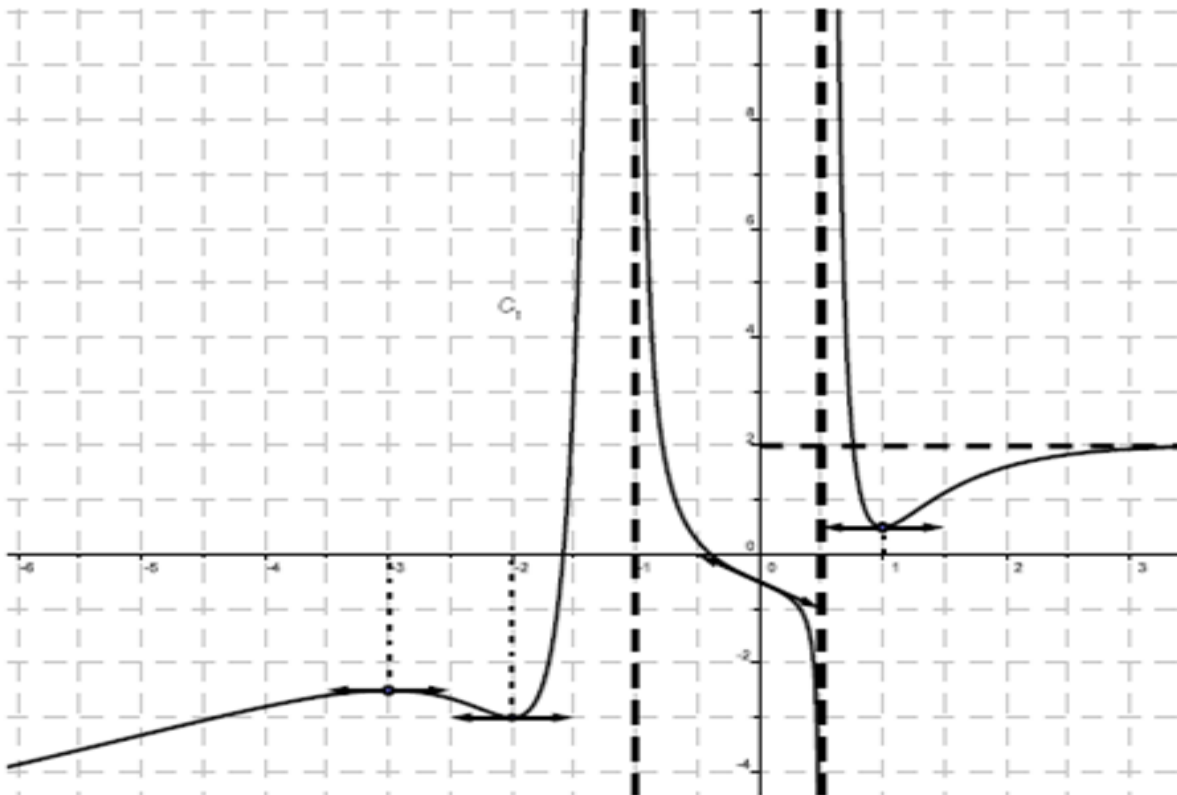
EXERCICE 1(7pts)

Soit la matrice $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$

- (a) Donner les valeurs des coefficients a_{21} et a_{13} de la matrice A .
(b) Calculer $\det(A)$.
(c) En déduire que A est inversible.
- (a) Montrer que $5A - A^2 = 4I_3$ ou I_3 est la matrice unité d'ordre 3.
(b) En déduire que $A^{-1} = \frac{1}{4}(5I_3 - A)$.
- (a) Donner l'écriture matricielle du système $(S) : \begin{cases} 2x + y + z = 1 \\ x + 2y + z = 2 \\ x + y + 2z = 5 \end{cases}$
(b) Résoudre alors dans \mathbb{R}^3 le système (S) .

EXERCICE 2 (6pts)

Soit f une fonction définie sur un domaine D dont la représentation graphique est donnée ci-dessous.



- Par lecture graphique et sans justification
(a) Déterminer D .

(b) $f(-2)$ et $f(1)$

(c) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$; $\lim_{x \rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^-} f(x)$; $\lim_{x \rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^+} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$

2. déterminer $f\left(-1, \frac{1}{2}\right]$

3. (a) Dresser le tableau de variations de f .

(b) En déduire le tableau de signe de $f'(x)$.

EXERCICE 3 (7pts)

Soit f une fonction définie par : $f(x) = \frac{\sqrt{x(x+1)}}{x^2}$

1. (a) Déterminer D_f

(b) Calculer $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$

2. (a) Vérifier que $x < \sqrt{x(x+1)} < x+1$, pour tout $x > 0$

(b) En déduire que $\frac{1}{x} < f(x) < \frac{x+1}{x^2}$, pour tout $x > 0$

(c) Calculer alors $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

3. (a) Montrer l'équation $f(x) = 1$ admet au moins une solution $\alpha \in [1, 2]$

(b) Donner un encadrement de α à 10^{-1} près.

BON TRAVAIL