

Date : 10/12/2014

Devoir de synthèse N°1

Niveau: 4^{ème} éco

Nombre de pages : 2

Durée : 2h

MATHEMATIQUESN.B : L'utilisation de la calculatrice personnelle est autorisée, cependant son échange est strictement interdit.**EXERCICE N° 1 (3 pts)**

Pour chacune des questions suivantes, une seule des trois réponses proposées est juste. Indiquer sur votre copie le numéro de la question et la lettre correspondante à la réponse choisie (aucune justification n'est demandée) :

1) L'inverse de la matrice $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$ est :

a. $A^{-1} = \begin{pmatrix} -5 & 2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$ b. $A^{-1} = \begin{pmatrix} 5 & -2 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}$ c. $A^{-1} = \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 2 & -5 \end{pmatrix}$.

2) Si M est une matrice carrée d'ordre 3 tel que $M^2 + M - I_3 = 0$ où 0 est la matrice nulle, alors $M^{-1} =$

a. $M + I_3$ b. $M - I_3$ c. $-M + I_3$.

3) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+4} - 2}{x} =$

a. 0 b. $\frac{1}{4}$ c. $\frac{1}{2}$.

EXERCICE N° 3 (6 pts)

On considère dans \mathbb{R}^3 le système (S) :
$$\begin{cases} x + 3y + 2z = 1 \\ 2y - z = 4 \\ x + y + 2z = 5 \end{cases}$$

On appelle M la matrice de (S).

- 1) Ecrire (S) sous forme matricielle.
- 2) Montrer que (S) admet une solution unique.

3) Soit la matrice $N = \begin{pmatrix} -5 & 4 & 7 \\ 1 & 0 & -1 \\ 2 & -2 & -2 \end{pmatrix}$.

- a) Calculer la matrice M.N.
- b) En déduire la matrice M^{-1} .
- c) Déterminer alors la solution de (S).

EXERCICE N° 3 (5 pts)

On donne ci-contre la courbe ζ d'une fonction f définie sur \mathbb{R} dans un repère orthonormé $(O ; \vec{u} ; \vec{v})$.

Par une lecture graphique :

1) Déterminer $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x}$.

2) Déterminer $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{f(x) - x}$.

3) Déterminer $f'(3)$, $f'(2)$ et $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{f(x) - 4}{x - 1}$.

EXERCICE N° 4 (6 pts)

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 4x + 1$, et ζ sa courbe dans un repère orthonormé $(O ; \vec{u} ; \vec{v})$.

1) Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$ et $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x}$. Interpréter graphiquement les résultats.

2) a) Montrer que f est dérivable sur \mathbb{R} et que $f'(x) = (x-2)(x+2)$.

b) Combien y a-t-il de points de ζ où la tangente est horizontale ?

3) a) Dresser le tableau des variations de f .

b) On donne $f(-2) = \frac{19}{3}$ et $f(2) = -\frac{13}{3}$, quel est le nombre des solutions de l'équation $f(x) = 0$ dans \mathbb{R} ?

3) a) Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet dans $]0 ; 1[$ une solution unique α .

b) Vérifier que $\alpha = \sqrt{\frac{12\alpha - 3}{\alpha}}$.