

**Devoir de contrôle n°01**  
**(Durée 01 h 30 mn)**

**Exercice n°01(4pts) :**

Répondre par vrai ou faux.  
 Une bonne réponse rapport 1 point. Une mauvaise réponse ou absence de réponse enlève 0,5 point .Si le total des points est négatif, la note globale sera ramenée à 0.

- ❶  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{x^2 + 1}{x^2 - 1} - \frac{3x^4 - 1}{x^3 + 1} \right) = 1$
- ❷  $\lim_{x \rightarrow 2} \left( \frac{x^2 - 8x + 12}{x^2 - 4} \right) = -1$
- ❸ Si une fonction  $f$  vérifie : Pour tout  $x \in \mathbb{R}, f(x) \leq \frac{3x^3 + 1}{x^2 + 1}$  alors  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$
- ❹ Le domaine de définition de la fonction  $g$  définie par :  
 $g(x) = \sqrt{|x - 2|(x - 5)}$  est  $D_g = ]-\infty, 5]$
- ❺ Toute matrice Carrée de déterminant non nul est inversible.
- ❻ La matrice  $A$  du système  $(S) : \begin{cases} x + 3y - 2 = 0 \\ -y + \sqrt{2}x + 1 = 0 \end{cases}$  est  $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -1 & \sqrt{2} \end{pmatrix}$
- ❼ Soient  $A$  et  $B$  deux matrices non nulles , on a :  $A \times B = B \Rightarrow A = 1$
- ❽ La fonction  $h$  définie par :  $h(x) = x^2 + \sin(x) + 1$  est une fonction polynôme.

**Exercice n°02 (8pts) :**

1- Soient  $A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 1 \\ 0 & 2 & 3 \\ -2 & 1 & -2 \end{pmatrix}$  et  $B = \begin{pmatrix} \frac{7}{2} & -\frac{5}{2} & -2 \\ 3 & -2 & -\frac{3}{2} \\ -2 & \frac{3}{2} & 1 \end{pmatrix}$

- a) Calculer  $\det(A)$ . (1,5 pts)
- b) En déduire que  $A$  est inversible. (1 pt)

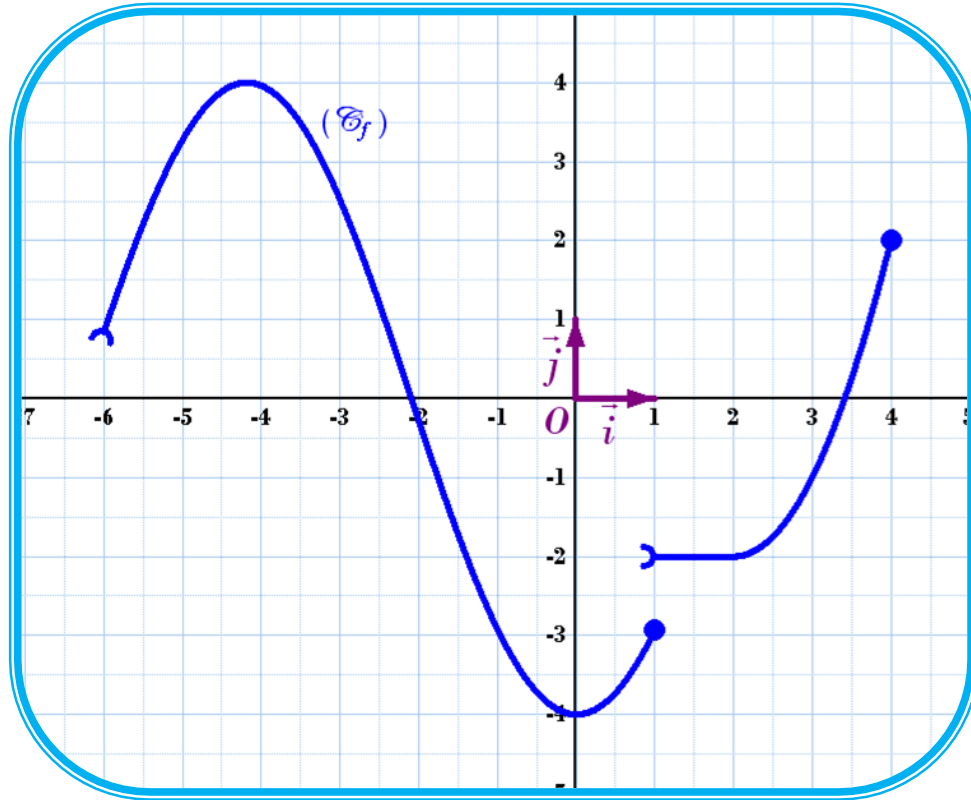
- 2- a) Calculer  $A \times B$ . (1,5 pts)
- b) En déduire  $A^{-1}$ . (1,5 pts)

3- Résoudre dans  $\mathbb{R}^3$  le système  $(S) : \begin{cases} -x + 2y + z = 1 \\ 2y + 3z = -2 \\ -2x + y - 2z = 5 \end{cases}$  (2,5 pts)

**Exercice n°03 (8pts) :**

**N.B : Les questions 1- et 2- sont indépendantes.**

La figure ci-dessous est la représentation graphique d'une fonction  $f$  dans un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$



1- Déterminer graphiquement :

a)  $D_f$  (le domaine de définition de la fonction  $f$  ). (1 pt)

b)  $f([-6, -1])$  et  $f([0, 2])$ . (1,5 pts)

c) Le nombre de solution de l'équation  $f(x) = 2$ . (1 pt)

2- Soit  $g(x) = 2 + \frac{\sin(x+1)}{\sqrt{x^2-4}}$

a) Déterminer  $D_g$  (le domaine de définition de la fonction  $g$  ). (1,5 pts)

b) Montrer que pour tout  $x \in D_g$ , on a :  $-\frac{1}{\sqrt{x^2-4}} \leq g(x) - 2 \leq \frac{1}{\sqrt{x^2-4}}$ . (1 pt)

c) Calculer  $\lim_{x \rightarrow +\infty} [g(x) - 2]$  et en déduire  $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ . (1 pt)



Bon travail

2/2  
4ème E.G

**Exercice n°03 (8pts) :**

1- Soit  $A = \begin{pmatrix} 0 & -1 & m \\ 2m & 1 & m \\ 3 & 0 & 1+m \end{pmatrix}$  avec  $m \in \mathbb{R}$

a) Calculer  $\det(A)$ . (2 pts)

b) Déterminer  $m$  pour que  $A$  soit inversible. (2 pts)

2-On suppose maintenant que  $m \in \mathbb{R}^* \setminus \{2\}$ .

a) Déterminer  $A^{-1}$ . (2 pts)

b) Résoudre dans  $\mathbb{R}^3$  le système (S) : 
$$\begin{cases} -y + z = 1 \\ 2x + y + z = -2 \\ 3x + 2z = 5 \end{cases} \quad (2 \text{ pts})$$