

Devoir de contrôle n°01
(Durée 01 h 30 mn)

Exercice n°01 (4pts) :

Répondre par vrai ou faux.

Une bonne réponse rapport 1 point. Une mauvaise réponse ou absence de réponse enlève 0,5 point. Si le total des points est négatif, la note globale sera ramenée à 0.

① $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^2 + 1}{x^2 - 1} - \frac{3x^4 - 1}{x^3 + 1} \right) = 1$

② $\lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{x^2 - 8x + 12}{x^2 - 4} \right) = -1$

③ Si une fonction f vérifie : Pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f(x) \leq \frac{3x^3 + 1}{x^2 + 1}$ alors $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$

④ Le domaine de définition de la fonction g définie par :

$$g(x) = \sqrt{|x-2|(x-5)} \text{ est } D_g =]-\infty, 5]$$

⑤ Toute matrice Carrée de déterminant non nul est inversible.

⑥ La matrice A du système $(S) : \begin{cases} x + 3y - 2 = 0 \\ -y + \sqrt{2}x + 1 = 0 \end{cases}$ est $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -1 & \sqrt{2} \end{pmatrix}$

⑦ Soient A et B deux matrices non nulles, on a : $A \times B = B \Rightarrow A = 1$

⑧ La fonction h définie par : $h(x) = x^2 + \sin(x) + 1$ est une fonction polynôme.

Exercice n°02 (8pts) :

1- Soient $A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 1 \\ 0 & 2 & 3 \\ -2 & 1 & -2 \end{pmatrix}$ et $B = \begin{pmatrix} \frac{7}{2} & -\frac{5}{2} & -2 \\ 3 & -2 & -\frac{3}{2} \\ -2 & \frac{3}{2} & 1 \end{pmatrix}$

a) Calculer $\det(A)$. (1,5 pts)

b) En déduire que A est inversible. (1 pt)

2- a) Calculer $A \times B$. (1,5 pts)

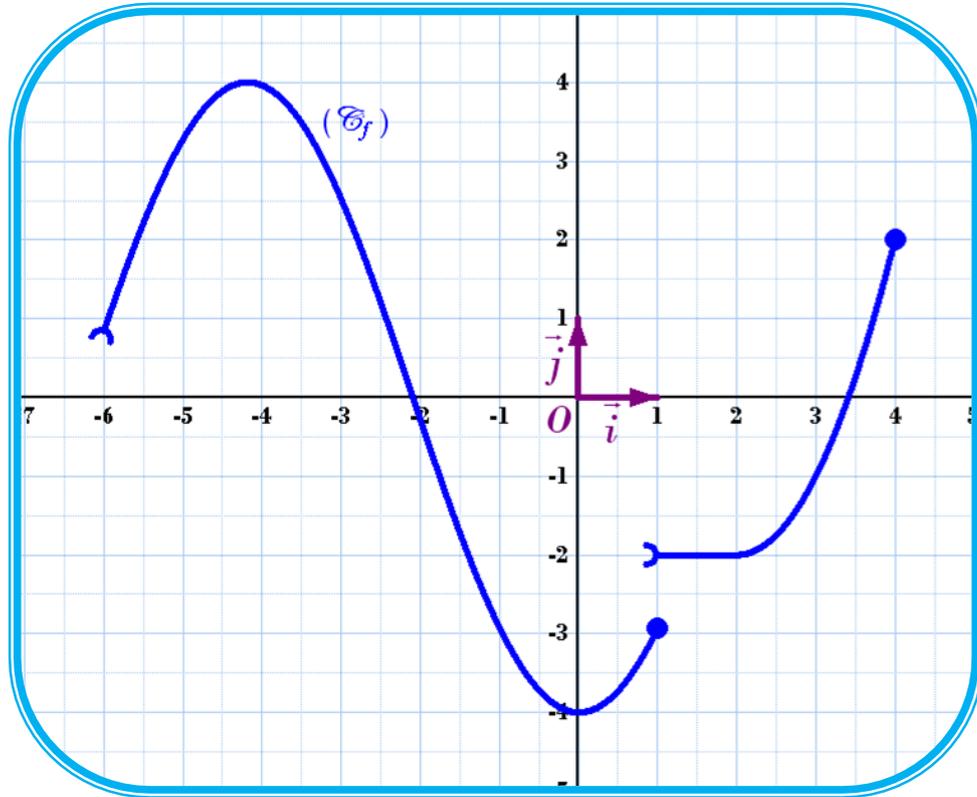
b) En déduire A^{-1} . (1,5 pts)

3- Résoudre dans \mathbb{R}^3 le système $(S) : \begin{cases} -x + 2y + z = 1 \\ 2y + 3z = -2 \\ -2x + y - 2z = 5 \end{cases}$ (2,5 pts)

Exercice n°03 (8pts) :

N.B : Les questions 1- et 2- sont indépendantes.

La figure ci-dessous est la représentation graphique d'une fonction f dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j})



1- Déterminer graphiquement :

a) D_f (le domaine de définition de la fonction f). (1 pt)

b) $f(]-6, -1])$ et $f([0, 2])$. (1,5 pts)

c) Le nombre de solution de l'équation $f(x) = 2$. (1 pt)

2- Soit $g(x) = 2 + \frac{\sin(x+1)}{\sqrt{x^2-4}}$

a) Déterminer D_g (le domaine de définition de la fonction g). (1,5 pts)

b) Montrer que pour tout $x \in D_g$, on a : $-\frac{1}{\sqrt{x^2-4}} \leq g(x) - 2 \leq \frac{1}{\sqrt{x^2-4}}$. (1 pt)

c) Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} [g(x) - 2]$ et en déduire $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$. (1 pt)



Bon travail

2/2
4ème E.G

Exercice n°03 (8pts) :

1- Soit $A = \begin{pmatrix} 0 & -1 & m \\ 2m & 1 & m \\ 3 & 0 & 1+m \end{pmatrix}$ avec $m \in \mathbb{R}$

a) Calculer $\det(A)$. (2 pts)

b) Déterminer m pour que A soit inversible. (2 pts)

2-On suppose maintenant que $m \in \mathbb{R}^* \setminus \{2\}$.

a) Déterminer A^{-1} . (2 pts)

b) Résoudre dans \mathbb{R}^3 le système (S) :
$$\begin{cases} -y + z = 1 \\ 2x + y + z = -2 \\ 3x + 2z = 5 \end{cases} \quad (2 \text{ pts})$$